

Тема 3. Электромагнитная индукция.

Работа и энергия в электростатическом и магнитном полях.

Задача 3.1. По двум гладким медным шинам, установленным вертикально в однородном магнитном поле \mathbf{B} , скользит под действием силы тяжести медная перемычка массы m , которая замыкает электрическую цепь, приведенную на рисунке. Расстояние между шинами l . Сопротивления шин, перемычки и скользящих контактов, а также самоиндукция контура пренебрежимо малы. Найти зависимость проекции скорости перемычки $V_Y(t)$ при условии, что начальная скорость, ток через индуктивность и заряд на конденсаторе равны 0.

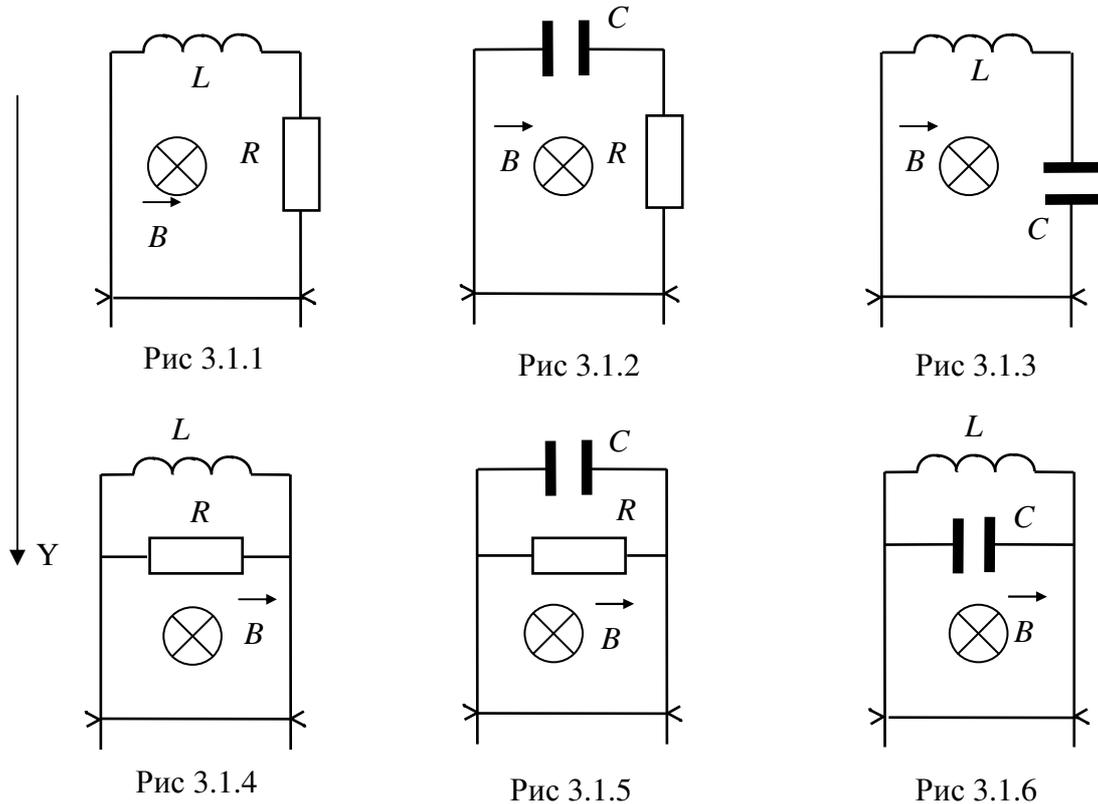


Таблица 3.1.1 Номера вариантов и значения параметров L , R , C для соответствующего номера рисунка.

| № вар. | L | C | R | № Рис. |
|--------|-------|-------|------------------------------|--------|
| 1 | L_0 | --- | $B l \sqrt{L / m}$ | 3.1.1 |
| 2 | --- | C_0 | R_0 | 3.1.2 |
| 3 | L_0 | C_0 | --- | 3.1.3 |
| 4 | L_0 | --- | 0 | 3.1.1 |
| 5 | L_0 | --- | R_0 | 3.1.4 |
| 6 | --- | C_0 | R_0 | 3.1.5 |
| 7 | L_0 | C_0 | --- | 3.1.6 |
| 8 | L_0 | --- | $4 B l \sqrt{L / m}$ | 3.1.1 |
| 9 | L_0 | --- | $\frac{B l}{4} \sqrt{L / m}$ | 3.1.4 |

Задача 3.2.1 По двум гладким медным шинам скользит перемычка массы m , закон движения которой задан $Y = f(t)$. Сопротивление перемычки равно R_0 , поперечное сечение S , концентрация носителей заряда (электронов) в проводнике перемычки равна n_0 . Сверху шины замкнуты электрической цепью, состоящей либо из конденсатора ёмкости C , либо из индуктивности L или из сопротивления R в соответствии с рисунком. Расстояние между шинами l . Система находится в однородном переменном магнитном поле с индукцией $\mathbf{B}(t)$, перпендикулярном плоскости, в которой перемещается перемычка. Сопротивление шин, скользящих контактов, а также самоиндукция контура пренебрежимо малы. Ток через индуктивность, конденсатор и сопротивление в начальный момент времени равен нулю.

Найти:

- закон изменения тока $I(t)$;
- максимальное значение тока I_{MAX} ;
- закон изменения проекций силы Лоренца на ось X ($F_{\text{лх}}$) и на ось Y ($F_{\text{лу}}$), действующей на электрон ;
- закон изменения напряженности электрического поля в перемычке $E(t)$;
- силу $F(t)$, действующую на перемычку, необходимую для обеспечения заданного закона движения;
- установить связь между силой Ампера, действующей на перемычку, и силой Лоренца, действующей на все электроны в перемычке.

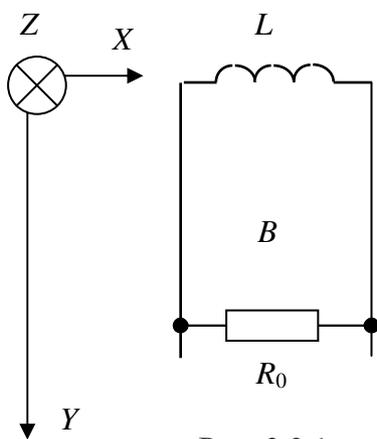


Рис. 3.2.1.

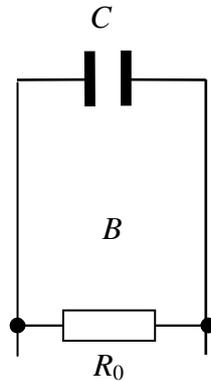


Рис. 3.2.2.

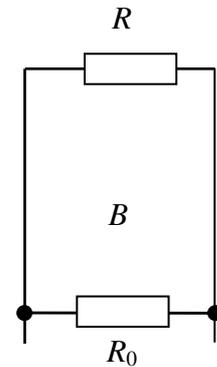


Рис. 3.2.3.

Закон движения перемычки для всех вариантов $Y = a \cdot \exp(-n \cdot t)$;

Закон изменения магнитного поля для нечетных вариантов $B_Z = c \cdot \exp(-m \cdot t)$, для четных вариантов $B_Z = -c \exp(-m \cdot t)$. Константы a и c считать известными.

Построить зависимости тока через перемычку ($I(t) / I_{\text{MAX}}$), силы Ампера ($F_A(t) / F_{A \text{ MAX}}$).

Таблица 3.2.1. Номера вариантов и значения параметров n , m для соответствующего номера рисунка.

| № вар | n | m | № Рис. |
|-------|-----------|----------|--------|
| 10 | $2R_0/L$ | $2n$ | 3.2.1 |
| 11 | $2m$ | $2R_0/L$ | 3.2.1 |
| 12 | $R_0/2L$ | $2n$ | 3.2.1 |
| 13 | $2m$ | $R_0/2L$ | 3.2.1 |
| 14 | $2m$ | $2/R_0C$ | 3.2.2 |
| 15 | $2/R_0C$ | $2n$ | 3.2.2 |
| 16 | $1/2R_0C$ | $2n$ | 3.2.2 |
| 17 | n | $2n$ | 3.2.3 |
| 18 | $2m$ | m | 3.2.3 |

Задача 3.2.2. По двум гладким медным шинам скользит невесомая перемычка, к которой приложена переменная сила $F(t)$. Сопротивление перемычки равно R_0 , поперечное сечение S , концентрация носителей заряда (электронов) в проводнике перемычки равна n_0 . Перемычка замыкает электрическую цепь, состоящую либо из конденсатора ёмкости C , либо из индуктивности L или из сопротивления R , в соответствии с рисунком. Расстояние между шинами l . Система находится в однородном переменном магнитном поле с индукцией $B(t)$, перпендикулярном плоскости, в которой перемещается перемычка. Сопротивление шин, скользящих контактов, а также самоиндукция контура пренебрежимо малы. Ускорение перемычки в начальный момент времени конечно, а положение ее определено и равно $Y(0) = Y_0$.

Найти:

- закон изменения тока $I(t)$;
- закон движения перемычки $Y = Y(t)$;
- максимальное значение Y_{MAX} ;
- законы изменения проекции силы Лоренца на ось X ($F_{\text{Лx}}$) и на ось Y ($F_{\text{Лy}}$), действующей на электрон;
- закон изменения напряженности электрического поля в перемычке $E(t)$;
- установить связь между силой Ампера, действующей на перемычку, и силой Лоренца, действующей на все электроны в перемычке.
- построить зависимости тока через перемычку ($I(t) / I_{\text{MAX}}$), $Y(t)/Y(0)$.

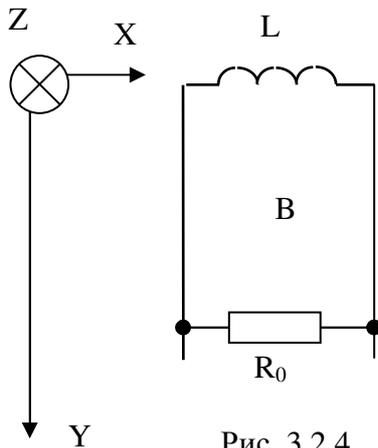


Рис. 3.2.4

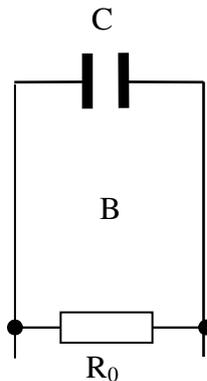


Рис. 3.2.5

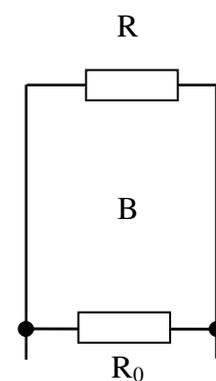


Рис. 3.2.6

Закон изменения силы для всех вариантов $F_Y = -f \cdot \exp(-n \cdot t)$;

Закон изменения магнитного поля для **нечетных** вариантов $B_Z = c \cdot \exp(-m \cdot t)$,

для **четных** вариантов $B_Z = -c \cdot \exp(-m \cdot t)$.

Константы f и c считать известными.

Таблица 3.2.2 Номер вариантов и значения параметров n , m для соответствующего номера рисунка.

| № вар. | n | m | № Рис. |
|--------|------|------|--------|
| 19 | n | $2n$ | 3.2.4 |
| 20 | $2m$ | m | 3.2.4 |
| 21 | n | $3n$ | 3.2.4 |
| 22 | $3m$ | m | 3.2.4 |
| 23 | $2m$ | m | 3.2.5 |
| 24 | n | $2n$ | 3.2.5 |
| 25 | n | $3n$ | 3.2.5 |
| 26 | n | $2n$ | 3.2.6 |
| 27 | $2m$ | m | 3.2.6 |

Задачи для индивидуальной подготовки.

Задача 3.3.1. В плоский воздушный конденсатор с квадратными пластинами ($l \times l$), расстояние между которыми d ($d \ll l$), медленно вдвигают с постоянной скоростью V квадратную металлическую пластину того же размера и толщиной d_1 . Конденсатор подключен к электрической цепи, состоящей из источника Э.Д.С. величиной \mathcal{E} с внутренним сопротивлением r и сопротивления R , в соответствии с рисунком.

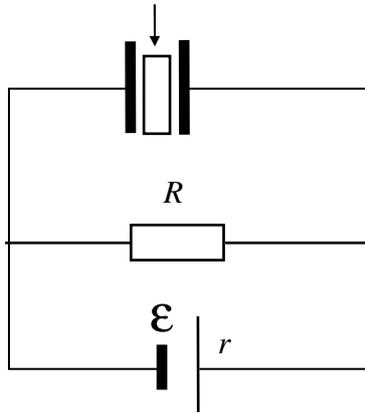


Рис. 3.3.1

Задача 3.3.2. В плоский воздушный конденсатор с квадратными пластинами ($l \times l$), расстояние между которыми d ($d \ll l$), медленно вдвигают с постоянной скоростью V квадратную диэлектрическую пластину того же размера и толщиной d с диэлектрической проницаемостью ϵ . Конденсатор подключен к электрической цепи, состоящей из источника Э.Д.С. величиной \mathcal{E} с внутренним сопротивлением r и сопротивления R , в соответствии с рисунком.

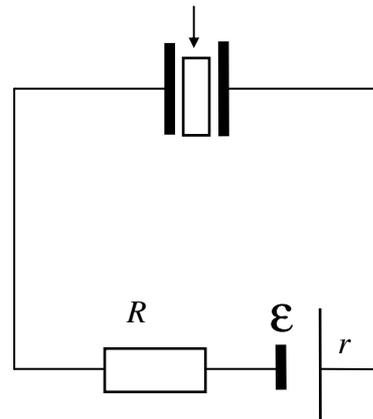


Рис. 3.3.2

Пренебрегая краевыми эффектами во всех задачах определить:

1. Закон изменения заряда на конденсаторе $q = q(t)$.
2. Закон изменения силы тока $I(t)$, протекающего через сопротивление R .
3. Энергию, выделившуюся на сопротивлении R за время движения.

В предположении, что в схеме на рисунке 3.3.1 $R \rightarrow \infty$, для всех задач определить:

4. Работу, совершенную за время движения пластин внешними силами.
5. Работу, совершенную источником.
6. Изменение энергии конденсатора.

Таблица 3.3.1 Номера вариантов и соотношения параметров d_1/d для соответствующего номера рисунка и номера задачи.

| № вар | d_1/d | № рис. | № Задачи |
|-------|---------|--------|----------|
| 1 | 1/2 | 3.3.1 | 3.3.1 |
| 2 | 1/3 | 3.3.2 | 3.3.1 |
| 3 | 1/2 | 3.3.1 | 3.3.2 |
| 4 | 1/3 | 3.3.2 | 3.3.2 |

Задача 3.3.3. Длинный соленоид радиуса R_0 с числом витков N имеет сердечник с магнитной проницаемостью μ , плотно вставленный в него на всю длину. Соленоид постоянно подключен к электрической схеме, состоящей из источника Э.Д.С. величиной \mathcal{E} с внутренним сопротивлением r и сопротивления R , в соответствии с рисунком. Длина соленоида $l \gg R_0$. Сердечник медленно извлекают из соленоида с постоянной скоростью V .

Задача 3.3.4. Длинный соленоид радиуса R_0 с числом витков N имеет сердечник, выполненный из сверхпроводника радиуса $R_0/\sqrt{2}$, вставленный в него на всю длину. Соленоид подключен к электрической схеме, состоящей из источника Э.Д.С величиной \mathcal{E} с внутренним сопротивлением r и сопротивления R , в соответствии с рисунком. Длина соленоида $l \gg R_0$. Сердечник медленно извлекают из соленоида с постоянной скоростью V .

Задача 3.3.5. Длинный воздушный соленоид радиуса R_0 имеет число витков N . Соленоид подключен к электрической схеме, состоящей из источника Э.Д.С величиной \mathcal{E} с внутренним сопротивлением r и сопротивления R , в соответствии с рисунком. Длина соленоида $l \gg R_0$. Соленоид медленно растягивают на $1/10$ его длины с постоянной скоростью V . Считать, что радиус соленоида остается при этом постоянным.

Во всех задачах сопротивление соленоида считать пренебрежимо малым в сравнении с r и R . В задачах условие которых соответствует рисунку 3.3.5, исследуемый процесс начинается одновременно с переключением ключа K из положения 1 в положения 2.

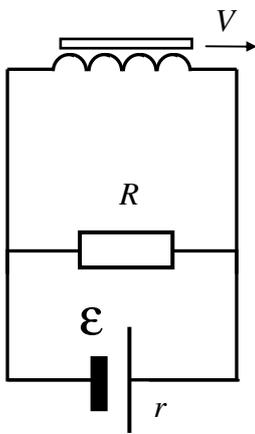


Рис. 3.3.3

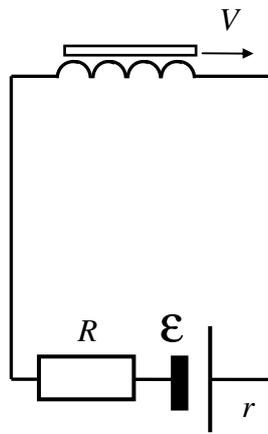


Рис. 3.3.4

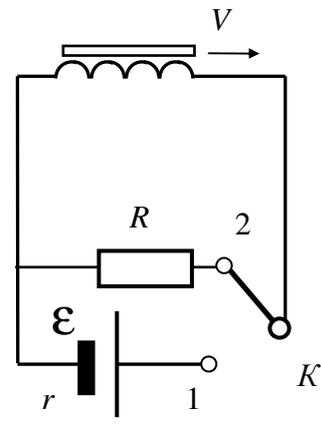


Рис. 3.3.5

Пренебрегая краевыми эффектами во всех задачах определить:

1. Закон изменения тока через соленоид $I(t)$.

В предположении, что в схеме на рисунке 3.3.3. $R \rightarrow \infty$, для всех задач определить:

2. Работу, совершенную за время движения внешними силами над сердечниками или соленоидом.

3. Силу, необходимую для извлечения сердечника или растягивания соленоида с заданной скоростью.

4. Изменение энергии соленоида.

| № вар. | № рис. | № Задачи |
|--------|--------|----------|
| 5 | 3.3.3 | 3.3.3 |
| 6 | 3.3.4 | 3.3.3 |
| 7 | 3.3.5 | 3.3.3 |
| 8 | 3.3.3 | 3.3.4 |
| 9 | 3.3.4 | 3.3.4 |
| 10 | 3.3.5 | 3.3.4 |
| 11 | 3.3.3 | 3.3.5 |
| 12 | 3.3.4 | 3.3.5 |
| 13 | 3.3.5 | 3.3.5 |