Сверху указывается номер задачи, далее делается в задаче дано и что требуется определить (текст задачи не переписывается). *Чертеж выполняется с учетом условий решаемого варианта задачи;* на нем все углы, действующие силы, число тел и их расположение на чертеже должны соответствовать этим условиям. В результате в целом ряде задач чертеж получается более простой, чем общий.

Чертеж должен быть аккуратным и наглядным, а его размеры должны позволять ясно показать все силы или векторы скорости и ускорения и др.; показывать все эти векторы и координатные оси на чертеже, а также указывать единицы получаемых величин *нужно обязательно.* Решение задач необходимо сопровождать краткими пояснениями (какие формулы или теоремы применяются, откуда получаются те или иные результаты и т. п.) и *подробно излагать весь ход расчетов.*

При чтении текста каждой задачи учесть следующее. Большинство рисунков дано без соблюдения масштабов. На рисунках к задачам С1 — С4 все линии, параллельные строкам, считаются горизонтальными, а перпендикулярные строкам — вертикальными и это в тексте задач специально не оговаривается. Также без оговорок считается, что все нити (веревки, тросы) являются нерастяжимыми и невесомыми, нити, перекинутые через блок, по блоку не скользят, катки и колеса (в кинематике) катятся по плоскостям без скольжения. Все связи, если не сделано других оговорок, считаются идеальными.

Когда тела на рисунке пронумерованы, то в тексте задач и в таблице P_1, l_1, r_1 и т. п. означают вес или размеры тела *1*; P_2, l_2, r_2 — тела *2* и т. д. Аналогично, в кинематике и динамике v_B, a_B означают скорость и ускорение точки *B*;, v_C, a_C — точки *C*; ω_1, ε_1 — угловую скорость и угловое ускорение тела *1*; ω_2, ε_2 — тела *2* и т. д. В каждой задаче подобные обозначения могут тоже специально не оговариваться.

Следует также иметь в виду, что некоторые из заданных в условиях задачи величин (размеров) при решении каких-нибудь вариантов могут не понадобиться, они нужны для решения других вариантов задачи. Из всех пояснений в тексте задачи обращайте внимание только на относящиеся *к вашему варианту*.

СТАТИКА

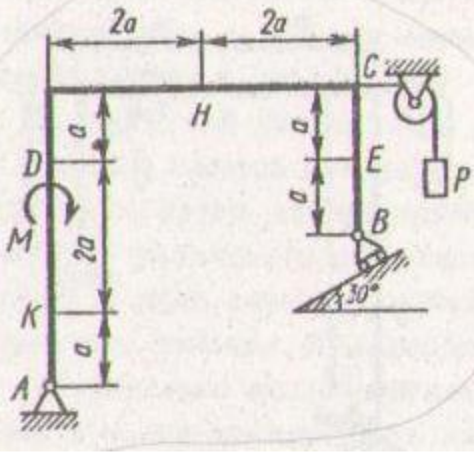
Задача С1

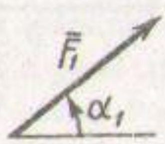
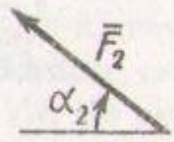
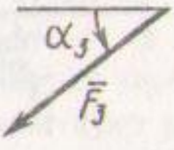
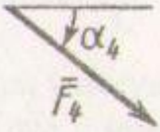
Жесткая рама, расположенная в вертикальной плоскости (рис. С1.0 — С1.9, табл. С1), закреплена в точке A шарнирно, а в точке B прикреплена или к невесомому стержню с шарнирами на концах, или к шарнирной опоре на катках.

В точке C к раме привязан трос, перекинутый через блок и несущий на конце груз весом $P = 25$ кН. На раму действуют пара сил с моментом $M = 100$ кН·м и две силы, значения, направления и точки приложения которых указаны в таблице (например, в условиях № 1 на раму действует сила $\bar{F}_2$ под углом 15° к горизонтальной оси, приложенная в точке D, и сила $\bar{F}_3$ под углом 60° к горизонтальной оси, приложенная в точке E, и т. д.).

Определить реакции связей в точках A, B, вызываемые действующими нагрузками. При окончательных расчетах принять $a = 0{,}5$ м.

Указания. Задача С1 — на равновесие тела под действием произвольной плоской системы сил. При ее решении учесть, что натяжения обеих ветвей нити, перекинутой через блок, когда трением пренебрегают, будут одинаковыми. Уравнение моментов будет более простым (содержать меньше неизвестных), если брать моменты относительно точки, где пересекаются линии действия двух реакций связей. При вычислении момента силы $\bar{F}$ часто удобно разложить ее на составляющие $\bar{F}'$ и $\bar{F}''$, для которых плечи легко определяются, и воспользоваться теоремой Вариньона; тогда $m_O(\bar{F}) = m_O(\bar{F}') + m_O(\bar{F}'')$.



Силы								
	$F_1 = 10$ кН		$F_2 = 20$ кН		$F_3 = 30$ кН		$F_4 = 40$ кН	
Номер условия	Точка приложения	α_1, град	Точка приложения	α_2, град	Точка приложения	α_3, град	Точка приложения	α_4, град
0	H	30	—	—	—	—	K	60

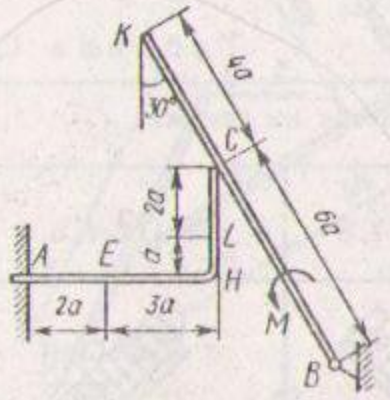
Задача С2

Конструкция состоит из жесткого угольника и стержня, которые в точке C или соединены друг с другом шарнирно (рис. С2.0 — С2.5), или свободно опираются друг о друга (рис. С2.6 — С2.9). Внешними связями, наложенными на конструкцию, являются в точке A или шарнир, или жесткая заделка; в точке B или гладкая плоскость (рис. 0 и 1), или невесомый стержень BB' (рис. 2 и 3), или шарнир (рис. 4—9); в точке D или невесомый стержень DD' (рис. 0, 3, 8), или шарнирная опора на катках (рис. 7).

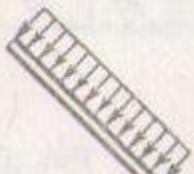
На каждую конструкцию действуют: пара сил с моментом $M = 60$ кН·м, равномерно распределенная нагрузка интенсивности $q = 20$ кН/м и еще две силы. Эти силы, их направления и точки приложения указаны в табл. С2; там же в столбце «Нагруженный участок» указано, на каком участке действует распределенная нагрузка (например, в условиях № 1 на конструкцию действуют сила $\bar F_2$ под углом 60° к горизонтальной оси, приложенная в точке L, сила $\bar F_4$ под углом 30° к горизонтальной оси, приложенная в точке E, и нагрузка, распределенная на участке CK).

Определить реакции связей в точках A, B, C (для рис. 0, 3, 7, 8 еще и в точке D), вызванные заданными нагрузками. При окончательных расчетах принять $a = 0{,}2$ м. Направление распределенной нагрузки на различных по расположению участках указано в табл. С2а.

Указания. Задача С2 — на равновесие системы тел, находящихся под действием плоской системы сил. При ее решении можно или рассмотреть сначала равновесие всей системы в целом, а затем равновесие одного из тел системы, изобразив его отдельно, или же сразу расчленить систему и рассмотреть равновесие каждого из тел в отдельности, учтя при этом закон о равенстве действия и противодействия. В задачах, где имеется жесткая заделка, учесть, что ее реакция представляется силой, модуль и направление которой неизвестны, и парой сил, момент которой тоже неизвестен.



Сила	$\bar{F}_1$, α_1		$\bar{F}_2$, α_2		$\bar{F}_3$, α_3		$\bar{F}_4$, α_4		Нагруженный участок
	$F_1 = 10$ кН		$F_2 = 20$ кН		$F_3 = 30$ кН		$F_4 = 40$ кН		
Номер условия	Точка приложения	α_1, град	Точка приложения	α_2, град	Точка приложения	α_3, град	Точка приложения	α_4, град	
0	K	60	—	—	H	30	—	—	CL

Участок на угольнике		Участок на стержне
горизонтальный	вертикальный	
		

Задача С3

Шесть невесомых стержней соединены своими концами шарнирно друг с другом в двух узлах и прикреплены другими концами (тоже шарнирно) к неподвижным опорам A, B, C, D (рис. С3.0 — С3.9, табл. С3). Стержни и узлы (узлы расположены в вершинах H, K, L или M прямоугольного параллелепипеда) на рисунках не показаны и должны быть изображены решающим задачу по данным таблицы. В узле, который в каждом столбце таблицы указан первым, приложена сила $P = 200$ Н; во втором узле приложена сила $Q = 100$ Н. Сила $\bar{P}$ образует с положительными направлениями координатных осей x, y, z углы, равные соответственно $\alpha_1 = 45°$, $\beta_1 = 60°$, $\gamma_1 = 60°$, а сила $\bar{Q}$ — углы $\alpha_2 = 60°$, $\beta_2 = 45°$, $\gamma_2 = 60°$; направления осей x, y, z для всех рисунков показаны на рис. С3.0.

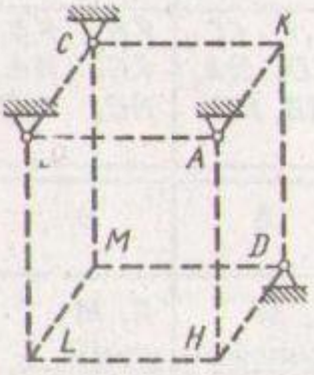
Грани параллелепипеда, параллельные плоскости xy, — квадраты. Диагонали других боковых граней образуют с плоскостью xy угол $\varphi = 60°$, а диагональ параллелепипеда образует с этой плоскостью угол $\theta = 51°$. Определить усилия в стержнях.

На рис. С3.10 в качестве примера показано, как должен выглядеть чертеж С3.1, если по условиям задачи узлы находятся в точках L и M, а стержнями являются LM, LA, LB; MA, MC, MD. Там же показаны углы φ и θ.

Указания. Задача С3 — на равновесие пространственной системы сходящихся сил. При ее решении следует рассмотреть отдельно равновесие каждого из двух узлов, где сходятся стержни и приложены заданные силы, и учесть закон о равенстве действия и противодействия; начинать с узла, где сходятся три стержня.

Изображать чертеж можно без соблюдения масштаба так, чтобы лучше были видны все шесть стержней. Стержни следует пронумеровать в том порядке, в каком они указаны в таблице: реакции стержней обозначать буквой с индексом, соответствующим номеру стержня (например, N_1, N_2 и т. д.).

Номер условия	0
Узлы	H, M
Стержни	HM, HA, HB, MA, MC, MD,



Задача С4

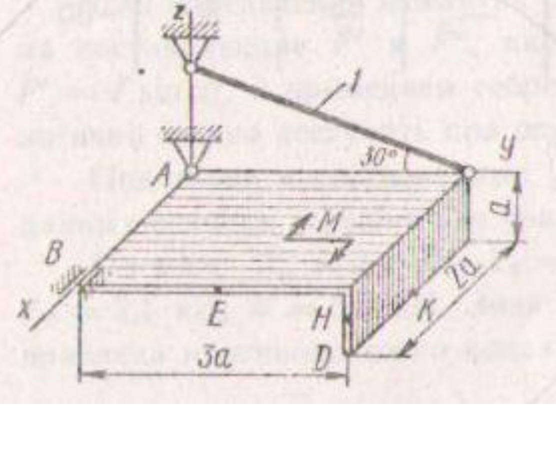
Две однородные прямоугольные тонкие плиты жестко соединены (сварены) под прямым углом друг к другу и закреплены сферическим шарниром (или подпятником) в точке A, цилиндрическим шарниром (подшипником) в точке B и невесомым стержнем *1* (рис. С4.0 — С4.7) или же двумя подшипниками в точках A и B и двумя невесомыми стержнями *1* и *2* (рис. С4.8, С4.9); все стержни прикреплены к плитам и к неподвижным опорам шарнирами.

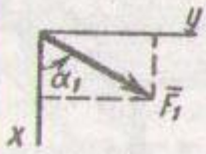
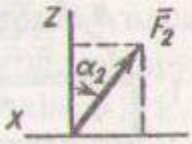
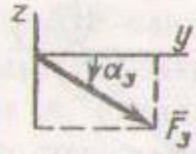
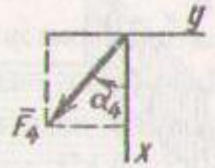
Размеры плит указаны на рисунках; вес бо́льшей плиты $P_1 = 5$ кН, вес меньшей плиты $P_2 = 3$ кН. Каждая из плит расположена параллельно одной из координатных плоскостей (плоскость xy — горизонтальная).

На плиты действуют пара сил с моментом $M = 4$ кН·м, лежащая в плоскости одной из плит, и две силы. Значения этих сил, их направления и точки приложения указаны в табл. С4; при этом силы $\bar{F}_1$ и $\bar{F}_4$ лежат в плоскостях, параллельных плоскости xy, сила $\bar{F}_2$ — в плоскости, параллельной xz, и сила $\bar{F}_3$ — в плоскости, параллельной yz. Точки приложения сил (D, E, H, K) находятся в углах или в серединах сторон плит.

Определить реакции связей в точках A и B и реакцию стержня (стержней). При подсчетах принять $a = 0{,}6$ м.

Указания. Задача С4 — на равновесие тела под действием произвольной пространственной системы сил. При ее решении учесть, что реакция сферического шарнира (подпятника) имеет три составляющие (по всем трем координатным осям), а реакция цилиндрического шарнира (подшипника) — две составляющие, лежащие в плоскости, перпендикулярной оси шарнира (подшипника). При вычислении момента силы $\bar{F}$ часто удобно разложить ее на две составляющие $\bar{F}'$ и $\bar{F}''$, параллельные координатным осям (или на три); тогда, по теореме Вариньона, $m_x(\bar{F}) = m_x(\bar{F}') + m_x(\bar{F}'')$ и т. д.



Силы								
	$F_1 = 6$ кН		$F_2 = 8$ кН		$F_3 = 10$ кН		$F_4 = 12$ кН	
Номер условия	Точка приложения	α_1, град	Точка приложения	α_2, град	Точка приложения	α_3, град	Точка приложения	α_4, град
0	E	60	H	30	—	—	—	—

КИНЕМАТИКА

Задача К.1

Под номером К1 помещены две задачи К1а и К1б, которые надо решить.

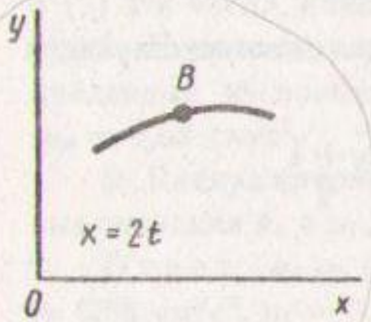
Задача К1а. Точка B движется в плоскости xy (рис. К1.0 — К1.9, табл. К1; траектория точки на рисунках показана условно). Закон движения точки задан уравнениями: $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$, где x и y выражены в сантиметрах, t — в секундах.

Найти уравнение траектории точки; для момента времени $t_1 = 1$ с определить скорость и ускорение точки, а также ее касательное и нормальное ускорения и радиус кривизны в соответствующей точке траектории.

Зависимость $x = f_1(t)$ указана непосредственно на рисунках, а зависимость $y = f_2(t)$ дана в табл. К1 (для рис. 0—2 в столбце 2, для рис. 3—6 в столбце 3, для рис. 7—9 в столбце 4). Как и в задачах С1—С4, номер рисунка выбирается по предпоследней цифре шифра, а номер условия в табл. К1 — по последней.

Задача К1б. Точка движется по дуге окружности радиуса $R = 2$ м по закону $s = f(t)$, заданному в табл. К1 в столбце 5 (s — в метрах, t — в секундах), где $s = \overset{\smile}{AM}$ — расстояние точки от некоторого начала

A, измеренное вдоль дуги окружности. Определить скорость и ускорение точки в момент времени $t_1 = 1$ с. Изобразить на рисунке векторы $\bar{v}$ и $\bar{a}$, считая, что точка в этот момент находится в положении *M*, а положительное направление отсчета *s* — от *A* к *M*.



Указания. Задача К1 относится к кинематике точки и решается с помощью формул, по которым определяются скорость и ускорение точки в декартовых координатах (координатный способ задания движения точки), а также формул, по которым определяются скорость, касательное и нормальное ускорения точки при естественном способе задания ее движения.

В задаче все искомые величины нужно определить только для момента времени $t_1 = 1$ с. В некоторых вариантах задачи К1а при определении траектории или при последующих расчетах (для их упрощения) следует учесть известные из тригонометрии формулы: $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$; $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$.

Номер условия	$y = f_2(t)$	$s = f(t)$
0	$2t^2 + 2$	$4\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$

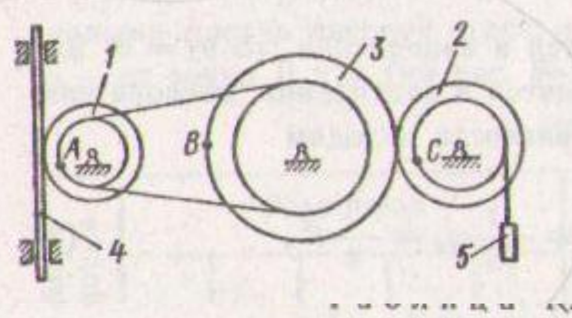
Задача К2

Механизм состоит из ступенчатых колес *1—3*, находящихся в зацеплении или связанных ременной передачей, зубчатой рейки *4* и груза *5*, привязанного к концу нити, намотанной на одно из колес (рис. К2.0 — К2.9, табл. К2). Радиусы ступеней колес равны соответственно: у колеса *1* — $r_1 = 2$ см, $R_1 = 4$ см, у колеса *2* — $r_2 = 6$ см, $R_2 = 8$ см, у колеса *3* — $r_3 = 12$ см, $R_3 = 16$ см. На ободьях колес расположены точки A, B и C.

В столбце «Дано» таблицы указан закон движения или закон изменения скорости ведущего звена механизма, где $\varphi_1(t)$ — закон вращения колеса *1*, $s_4(t)$ — закон движения рейки *4*, $\omega_2(t)$ — закон изменения угловой скорости колеса *2*, $v_5(t)$ — закон изменения скорости груза *5* и т. д. (везде φ выражено в радианах, s — в сантиметрах, t — в секундах). Положительное направление для φ и ω против хода часовой стрелки, для s_4, s_5 и v_4, v_5 — вниз.

Определить в момент времени $t_1 = 2$ с указанные в таблице в столбцах «Найти» скорости (v — линейные, ω — угловые) и ускорения (a — линейные, ε — угловые) соответствующих точек или тел (v_5 — скорость груза *5* и т. д.).

Указания. Задача К2 — на исследование вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси. При решении задачи учесть, что, когда два колеса находятся в зацеплении, скорость точки зацепления каждого колеса одна и та же, а когда два колеса связаны ременной передачей, то скорости всех точек ремня и, следовательно, точек, лежащих на ободе каждого из этих колес, в данный момент времени численно одинаковы; при этом считается, что ремень по ободу колеса не скользит.



Номер условия	Дано	Найти	
		скорости	ускорения
0	$s_4 = 4(7t - t^2)$	v_B, v_C	ε_2, a_A, a_5

Задача К3

Плоский механизм состоит из стержней *1, 2, 3, 4* и ползуна *B* или *E* (рис. К3.0 — К3.7) или из стержней *1, 2, 3* и ползунов *B* и *E* (рис. К3.8, К3.9), соединенных друг с другом и с неподвижными опорами O_1, O_2 шарнирами; точка *D* находится в середине стержня *AB*. Длины стержней равны соответственно $l_1 = 0{,}4$ м, $l_2 = 1{,}2$ м, $l_3 = 1{,}4$ м, $l_4 = 0{,}6$ м. Положение механизма определяется углами α, β, γ, φ, θ. Значения этих углов и других заданных величин указаны в табл. К3а (для рис. 0—4) или в табл. К3б (для рис. 5—9); при этом в табл. К3а ω_1 и ω_4 — **величины постоянные.**

Определить величины, указанные в таблицах в столбцах «Найти».

Дуговые стрелки на рисунках показывают, как при построении чертежа механизма должны откладываться соответствующие углы: **по ходу или против хода часовой стрелки** (например, угол γ на рис. 8 следует отложить от *DB* по ходу часовой стрелки, а на рис. 9 — против хода часовой стрелки и т. д.).

Построение чертежа начинать со стержня, направление которого определяется углом α; ползун с направляющими для большей наглядности изобразить так, как в примере К3 (см. рис. К3б).

Заданные угловую скорость и угловое ускорение считать направленными против часовой стрелки, а заданные скорость $\bar{v}_B$ и ускорение a_B — от точки *B* к *b* (на рис. 5—9).

Указания. Задача К3 — на исследование плоскопараллельного движения твердого тела. При ее решении для определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев следует воспользоваться теоремой о проекциях скоростей двух точек тела и понятием о мгновенном центре скоростей, применяя эту теорему (или это понятие) к каждому звену механизма в отдельности.

При определении ускорений точек механизма исходить из векторного равенства $\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}^{\tau}_{BA} + \bar{a}^{n}_{BA}$, где *A* — точка, ускорение $\bar{a}_A$ которой или задано, или непосредственно определяется по условиям задачи (если точка *A* движется по дуге окружности, то $\bar{a}_A = \bar{a}^{\tau}_A + \bar{a}^{n}_A$); *B* — точка, ускорение $\bar{a}_B$ которой нужно определить (о случае, когда точка *B*

тоже движется по дуге окружности

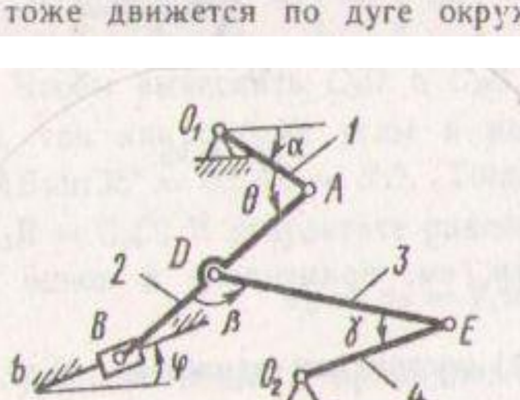


Таблица К3б (к рис. К3.5 — К3.9)

Номер условия	Углы, град					Дано				Найти			
	α	β	γ	φ	θ	ω_1, 1/с	ε_1, 1/с^2	v_B, м/с	a_B, м/с^2	v точек	ω звена	a точки	ε звена
0	120	30	30	90	150	2	4	—	—	B, E	AB	B	AB

Задача К4

Прямоугольная пластина (рис. К4.0 — К4.4) или круглая пластина радиуса $R = 60$ см (рис. К4.5 — К4.9) вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = f_1(t)$, заданному в табл. К4. Положительное направление отсчета угла φ показано на рисунках дуговой стрелкой. На рис. 0, 1, 2, 5, 6 ось вращения перпендикулярна плоскости пластины и проходит через точку O (пластина вращается в своей плоскости); на рис. 3, 4, 7, 8, 9 ось вращения OO_1 лежит в плоскости пластины (пластина вращается в пространстве).

По пластине вдоль прямой BD (рис. 0—4) или по окружности радиуса R (рис. 5—9) движется точка M; закон ее относительного движения, т. е. зависимость $s = AM = f_2(t)$ (s выражено в сантиметрах, t — в секундах), задан в таблице отдельно для рис. 0—4 и для рис. 5—9; там же даны размеры b и l. На рисунках точка M показана в положении, при котором $s = AM > 0$ (при $s < 0$ точка M находится по другую сторону от точки A).

Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M в момент времени $t_1 = 1$ с.

Указания. Задача К4 — на сложное движение точки. Для ее решения воспользоваться теоремами о сложении скоростей и о сложении ускорений. Прежде чем производить все расчеты, следует по условиям задачи определить, где находится точка M на пластине в момент времени $t_1 = 1$ с, и изобразить точку именно в этом положении (а не в произвольном, показанном на рисунках к задаче).

В случаях, относящихся к рис. 5—9, при решении задачи не подставлять числового значения R, пока не будут определены положение точки M в момент времени $t_1 = 1$ с и угол между радусами CM и CA в этот момент.

Номер условия	Для всех рисунков $\varphi = f_1(t)$	Для рис. 0—4		Для рис. 5—9	
		b, см	$s = AM = f_2(t)$	l	$s = \breve{AM} = f_2(t)$
0	$4(t^2 - t)$	12	$50(3t - t^2) - 64$	R	$\frac{\pi}{3}R(4t^2 - 2t^3)$