

ЗАДАЧИ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

I. По координатам вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ найти: 1) длины ребер A_1A_2 и A_1A_3 ; 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_3 ; 3) площадь грани $A_1A_2A_3$; 4) объем пирамиды; 5) уравнения прямых A_1A_2 и A_1A_3 ; 6) уравнения плоскостей $A_1A_2A_3$ и $A_1A_2A_4$; 7) угол между плоскостями $A_1A_2A_3$ и $A_1A_2A_4$.

1. $A_1(-1; 2; 1), A_2(-2; 2; 5), A_3(-3; 3; 1), A_4(-1; 4; 3)$.
2. $A_1(-2; 1; -1), A_2(-3; 1; 3), A_3(-4; 2; -1), A_4(-2; 3; 1)$.
3. $A_1(1; 1; 2), A_2(0; 1; 6), A_3(-1; 2; 2), A_4(1; 3; 4)$.
4. $A_1(-1; -2; 1), A_2(-2; -2; 5), A_3(-3; -1; 1), A_4(-1; 0; 3)$.
5. $A_1(2; -1; 1), A_2(1; -1; 5), A_3(0; 0; 1), A_4(2; 1; 3)$.
6. $A_1(-1; 1; -2), A_2(-2; 1; +2), A_3(-3; 2; -2), A_4(-1; 3; 0)$.
7. $A_1(1; 2; 1), A_2(0; 2; 5), A_3(-1; 3; 1), A_4(1; 4; 3)$.
8. $A_1(-2; -1; 1), A_2(-3; -1; 5), A_3(-4; 0; 1), A_4(-2; 1; 3)$.
9. $A_1(1; -1; 2), A_2(0; -1; 6), A_3(-1; 0; 2), A_4(1; 1; 4)$.
10. $A_1(1; -2; 1), A_2(0; -2; 5), A_3(-1; -1; 1), A_4(1; 0; 3)$.
11. $A_1(0; 3; 2), A_2(-1; 3; 6), A_3(-2; 4; 2), A_4(0; 5; 4)$.
12. $A_1(-1; 2; 0), A_2(-2; 2; 4), A_3(-3; 3; 0), A_4(-1; 4; 2)$.
13. $A_1(2; 2; 3), A_2(1; 2; 7), A_3(0; 3; 3), A_4(2; 4; 5)$.
14. $A_1(0; -1; 2), A_2(-1; -1; 6), A_3(-2; 0; 2), A_4(0; 1; 4)$.
15. $A_1(3; 0; 2), A_2(2; 0; 6), A_3(1; 1; 2), A_4(3; 2; 4)$.
16. $A_1(0; 2; -1), A_2(-1; 2; 3), A_3(-2; 3; 7), A_4(0; 4; 1)$.
17. $A_1(2; 3; 2), A_2(1; 3; 6), A_3(0; 4; 2), A_4(2; 5; 4)$.
18. $A_1(-1; 0; 2), A_2(-2; 0; 6), A_3(-3; 1; 2), A_4(-1; 2; 4)$.
19. $A_1(2; 0; 3), A_2(1; 0; 7), A_3(0; 1; 3), A_4(2; 2; 5)$.
20. $A_1(2; -1; 2), A_2(1; -1; 6), A_3(0; 0; 2), A_4(2; 1; 4)$.

II. Дана система трех линейных уравнений с тремя неизвестными. Требуется: 1) найти ее решение с помощью формул Крамера; 2) записать систему в матричной форме и решить ее средствами матричного исчисления. Проверить правильность вычисления обратной матрицы, используя матричное умножение.

$$1. \begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_2 - 5x_3 = -9. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} -2x_2 - 5x_3 = -12, \\ -2x_1 - x_2 + 3x_3 = 7, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} -3x_1 + x_2 + 3x_3 = 10, \\ -2x_2 - x_3 = -4, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} -x_1 + 2x_3 = 5, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 10, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -1. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 6x_3 = -15, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -2, \\ -x_1 + 3x_3 = 7. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} -x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -1, \\ -2x_2 - 3x_3 = -8. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -1, \\ -x_1 + 3x_3 = 7, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 6. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = -5, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = -2, \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 = -11, \\ -2x_1 - x_2 = 1. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} -x_1 + 3x_2 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = -3, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -3. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 4x_1 + 7x_2 - 3x_3 = -10, \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 = 8, \\ -x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 3. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -1, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 6, \\ -3x_1 + 3x_2 - 7x_3 = -13. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = -10, \\ -x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 5, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} -2x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -8, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 = -9, \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = -12. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -5, \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 8, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 3x_1 - 9x_2 + 8x_3 = 5, \\ 2x_1 - 5x_2 + 5x_3 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -4. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -5, \\ x_1 + 9x_2 - 4x_3 = -1, \\ -2x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 6. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 6, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 9. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} -2x_1 + x_2 - 3x_3 = -4, \\ 4x_1 + 7x_2 - 2x_3 = -6, \\ x_1 - 8x_2 + 5x_3 = 1. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 3, \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 5, \\ -2x_1 + 5x_2 - 5x_3 = -4. \end{cases}$$

III. Найти множество решений однородной системы трех линейных уравнений с четырьмя неизвестными.

$$1. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 - x_3 - 2x_4 = 0, \\ 8x_1 - 6x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 - 9x_4 = 0, \\ 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - 6x_3 - 15x_4 = 0. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 3x_3 - 10x_4 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 7x_3 - 20x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 6x_4 = 0, \\ 7x_1 - 3x_2 - 7x_3 - 18x_4 = 0, \\ 4x_1 - x_2 - 5x_3 - 12x_4 = 0. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 9x_4 = 0, \\ 3x_2 - 7x_3 - 10x_4 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 - 8x_4 = 0. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 8x_3 + 4x_4 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 3x_1 - 8x_2 - 7x_3 - x_4 = 0, \\ -x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 1,5x_4 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 0. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x_1 + 8x_2 - 6x_3 - 2x_4 = 0, \\ -2x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ -3x_1 - 2x_2 - 4x_3 - 4x_4 = 0. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} -3x_1 - 9x_2 + 25x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + 9x_3 - 5x_4 = 0. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} -x_1 - 3x_2 + x_3 - 8x_4 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 12x_4 = 0, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 7x_2 - 6x_3 - 3x_4 = 0, \\ -3x_1 + x_2 - 4x_3 - 5x_4 = 0. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 6x_4 = 0, \\ 7x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 15x_4 = 0, \\ 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 0, \\ 5x_1 - 7x_2 - 2x_3 - 5x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 0. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 5x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 4x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 6x_4 = 0. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 0, \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 + 6x_4 = 0. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ -x_1 - 2x_2 - 7x_3 - x_4 = 0, \\ 5x_1 - 4x_2 - x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 - 3x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ -4x_1 + 5x_2 - 3x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ 4x_1 - 9x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0, \\ -x_1 + 5x_2 - 3x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 7x_3 - 3x_4 = 0, \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ -x_1 - 3x_2 + 5x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$$

IV. Определить собственные значения и собственные векторы матрицы третьего порядка.

$$1. \begin{pmatrix} 2 & 8 & 5 \\ -4 & 1 & 3 \\ 8 & -2 & -6 \end{pmatrix},$$

$$3. \begin{pmatrix} -6 & 8 & -2 \\ 5 & 2 & 8 \\ 3 & -4 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -8 & 2 & -5 \\ -2 & -8 & -6 \end{pmatrix}.$$

$$4. \begin{pmatrix} 2 & -8 & -5 \\ 4 & 1 & 3 \\ -8 & -2 & -6 \end{pmatrix}.$$

$$5. \begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 \\ -8 & 2 & 5 \\ 2 & 8 & -6 \end{pmatrix}.$$

$$7. \begin{pmatrix} 2 & -8 & 5 \\ 4 & 1 & -3 \\ 8 & 2 & -6 \end{pmatrix}.$$

$$9. \begin{pmatrix} -6 & -8 & 2 \\ -5 & 2 & 8 \\ -3 & -4 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$11. \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$13. \begin{pmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$15. \begin{pmatrix} -3 & -2 & 1 \\ -2 & -3 & -1 \\ 4 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$17. \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ -1 & -3 & -2 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$19. \begin{pmatrix} -4 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$6. \begin{pmatrix} -6 & -2 & 8 \\ 3 & 1 & -4 \\ 5 & 8 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$8. \begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 8 & 2 & 5 \\ -2 & 8 & -6 \end{pmatrix}.$$

$$10. \begin{pmatrix} 2 & -5 & -8 \\ -8 & -6 & -2 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$12. \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$14. \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 1 & -4 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$16. \begin{pmatrix} -3 & -2 & -1 \\ -2 & -3 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$18. \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 3 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$20. \begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 1 & -3 & -2 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

I. Привести уравнение кривой второго порядка $f(x, y) = 0$ к каноническому виду и найти точки пересечения ее с прямой $Ax + By + C = 0$. Построить графики кривой и прямой.

$$1. 2x^2 - 4x - y + 3 = 0, 2x - y - 1 = 0.$$

$$2. x - 2y^2 + 4y - 3 = 0, x - 2y + 1 = 0.$$

$$3. x^2 - 2x - y + 2 = 0, x - y = 0.$$

$$4. x - y^2 + 2y - 2 = 0, x + y - 2 = 0.$$

$$5. x^2 - 2x + y + 2 = 0, x - y - 2 = 0.$$

$$6. x + y^2 - 2y + 3 = 0, x + y + 1 = 0.$$

$$7. 2x^2 + 8x + y + 7 = 0, 2x + y + 3 = 0.$$

$$8. x + 2y^2 - 4y + 4 = 0, x - 2y + 4 = 0.$$