

**ТЕОРЕМА ОБ ИЗМЕНЕНИИ
КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ
МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ**

**Рабочая тетрадь №3
по теоретической механике**

Студент _____

Группа _____

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
**НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Р.Е. АЛЕКСЕЕВА**

ТЕОРЕМА ОБ ИЗМЕНЕНИИ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Рабочая тетрадь №3
по теоретической механике

Нижний Новгород 2009

Кинетическая энергия. Теорема об изменении кинетической энергии

Кинетическая энергия является характеристикой движения механической системы и определяется выражением

$$T = \sum_{k=1}^n \frac{m_k v_k^2}{2}.$$

Кинетическая энергия является величиной скалярной и заведомо положительной. По сравнению с количеством движения или кинетическим моментом кинетическая энергия является более универсальной мерой движения.

Так, воспользовавшись теоремой об изменении кинетической энергии в интегральной форме

$$T - T_0 = A^e + A^i,$$

мы можем определить скорости точек механической системы в зависимости от ее перемещения. Теорема об изменении кинетической энергии в дифференциальной форме

$$\frac{dT}{dt} = N^e + N^i$$

позволяет определить ускорения, скорости и перемещения точек механической системы в зависимости от времени. Следовательно, кинетическая энергия, как мера движения, может характеризовать и темп процесса и его динамику. При этом важным обстоятельством является то, что изменение кинетической энергии обусловлено действием как внешних, так и внутренних сил.

Для инженеров область применения теоремы об изменении кинетической энергии весьма обширна. Особенно это касается систем, положение которых можно определить, задав лишь одну обобщенную координату. Для этих систем удобно использовать такое важное понятие, как приведенная масса или приведенный момент инерции. Введение этого понятия облегчает решение как задач теоретической механики, так и задач ее приложений, например, теории колебаний, динамики машин и др.

Приведенную массу находят из условия равенства кинетической энергии системы и кинетической энергии выбранной точки, наделенной фиктивной приведенной массой. Для систем, положение которых определяется одной обобщенной координатой, приведенную массу можно найти, не зная закона движения системы, в соответствии с выражением

$$M_{\text{пр}} = \sum_{k=1}^n m_k \left(\frac{v_k}{v_{\text{пр}}} \right)^2,$$

где $v_{\text{пр}}$ - скорость той точки системы, к которой приводится фиктивная масса $M_{\text{пр}}$.

Аналогично находится приведенный момент инерции

$$I_{\text{пр}} = \sum_{k=1}^n m_k \left(\frac{v_k}{\omega_{\text{пр}}} \right)^2,$$

где $\omega_{\text{пр}}$ - угловая скорость вращения вокруг выбранной оси приведения.

С помощью теоремы об изменении кинетической энергии можно успешно решать практические задачи механики, автомобиле- и судостроения, а также другие инженерные задачи.

Перечень тем и вопросов, знание которых необходимо для выполнения расчетно-графической работы

К заданию №1

Тема. Кинетическая энергия системы.

Вопросы

1. *Кинетическая энергия твердого тела при поступательном, вращательном и плоском движении.*
2. *Кинетическая энергия механической системы.*
3. *Приведенная масса механической системы.*
4. *Приведенный момент инерции механической системы.*

К заданию №2

Тема. Теорема об изменении кинетической энергии механической системы в интегральной форме.

Вопросы

1. *Работа внешних и внутренних сил механической системы.*
2. *Работа силы.*
3. *Работа пары сил.*
4. *Теорема об изменении кинетической энергии в интегральной форме.*

К заданию №3

Тема. Теорема об изменении кинетической энергии механической системы в дифференциальной форме.

Вопросы

1. *Мощность внешних и внутренних сил механической системы.*
2. *Мощность силы.*
3. *Мощность пары сил.*
4. *Теорема об изменении кинетической энергии в дифференциальной форме.*

Таблица 1. Исходные данные*

Цифра шифра		А, Б	В,Г,Д	Е, Ж, З	И, К	Л, М	Н, О	П, Р	С, Т	У,Ф, Х,Ц, Ч	Ш,Щ,Ъ, Ы,Ь,Э, Ю,Я
1-я	Рис. 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	α , град	30	45	60	30	-	-	-	45	30	60
2-я	m_1 , кг	10	11	12	13	14	15	16	17	18	20
3-я	R_2/r_2	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,6
4-я	R_2 , м	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28
5-я	f	0,10	0,15	0,10	0,15	0,10	0,20	0,15	0,10	0,20	0,10
	f_k/r	0,02	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,03	0,03

Здесь m_1 – масса тела 1;
 R_2 – внешний радиус составного блока 2;
 R_2 / r_2 – отношение радиусов составного блока 2;
 α – угол наклона опорной поверхности (рис. 1);
 f – коэффициент трения скольжения;
 f_k – коэффициент трения качения;
 f_k / r – отношение коэффициента трения качения к радиусу опорной поверхности колеса, которое катится без скольжения по поверхности.

Дополнение к исходным данным

- Радиус инерции блока 2 принять равным

$$\rho_2 = \frac{R_2 + r_2}{2}.$$

- Неизвестные массы тел выбрать из условия, что их суммарная масса не будет превышать массы 1-го тела.
- Неизвестные радиусы колес выбрать ориентируясь на рис. 1.

* Исходные данные определяются в соответствии с указаниями преподавателя.

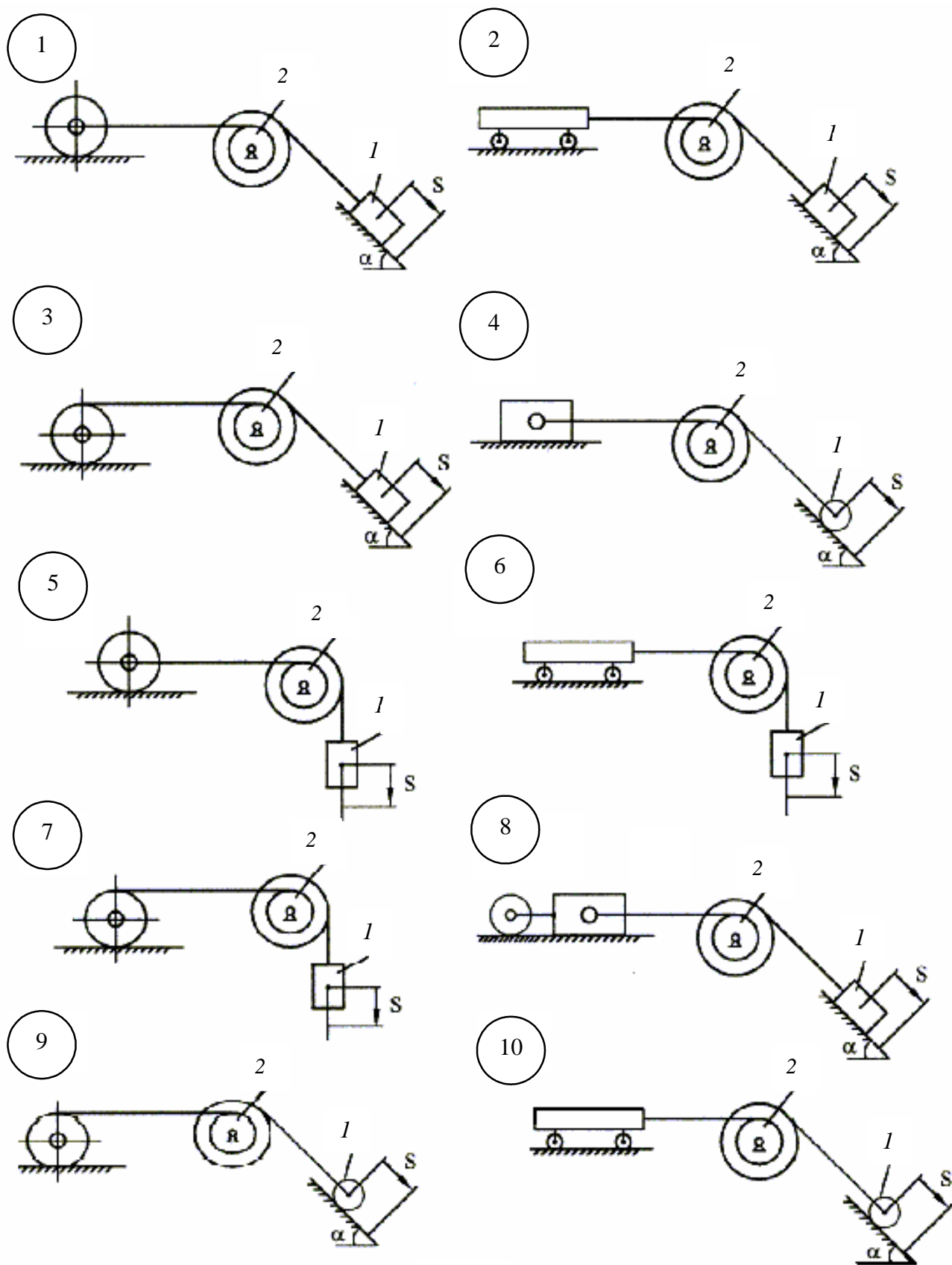


Рис. 1

Задание №1. Определить кинетическую энергию механической системы

1. В соответствии с заданным вариантом выбираем схему механической системы (рис.1).

Указание. Систему показать на рисунке. Привести исходные данные.

2. На схеме механической системы в текущем положении показываем скорости всех тел.

Указание. Для поступательного движения тела - скорость поступательного движения V , для вращательного движения - угловую скорость ω , для плоского движения - скорость центра масс V_c и угловую скорость ω .

3. Определяем кинематическую зависимость для скоростей тел системы.

Указание. Считать, что качение происходит без скольжения. Показать мгновенные центры скоростей. Принять, что нить нерастяжима. Проскальзывание нити по блокам отсутствует. Выразить скорости всех тел через скорость центра масс первого тела.

4. Определяем кинетическую энергию для текущего положения системы.

Указание. Кинетическая энергия определяется как сумма кинетических энергий отдельных тел системы. Учесть, что нить невесома.

5. Определяем приведенную массу системы.

Указание. Выделить из выражения кинетической энергии формулу для приведенной массы системы.

Задание №1. Решение

Задание №1. Решение (продолжение)

Задание №2. Определить скорости тел механической системы в зависимости от перемещения

1. В соответствии с заданным вариантом выбираем схему механической системы (рис.1).

Указание. Систему показать на рисунке. Привести исходные данные.

2. Определяем кинематическую зависимость для перемещений тел системы.

Указание. Выразить перемещения всех тел системы через перемещение центра масс первого тела.

3. Показываем силы, действующие на механическую систему в текущем положении.

Указание. Показать силы тяжести, силы трения скольжения и моменты сопротивления качению.

5. Определяем работу сил, действующих на систему.

Указание. Работу сил определить как сумму работ отдельных сил и пар сил. Учесть, что все тела абсолютно твердые, а нити абсолютно гибкие и нерастяжимые.

6. Записываем теорему об изменении кинетической энергии системы в интегральной форме.

Указание. Принять, что в начальном положении система находилась в покое.

7. Определяем скорость первого тела.

Указание. Решить уравнение п. 6, определить скорость центра масс первого тела как функцию его перемещения.

8. Проводим расчет и строим зависимость скорости центра масс первого тела от его перемещения.

Указание. Шкалы графика строить с использованием рекомендуемых числовых значений масштаба равномерных шкал осей.

Задание №2. Решение

Задание №2. Решение (продолжение)

Задание №3. Определить скорости тел механической системы в зависимости от времени

1. В соответствии с заданным вариантом выбираем схему механической системы (рис.1).

Указание. Систему показать на рисунке. Привести исходные данные.

2. На схеме механической системы в текущем положении показываем скорости всех тел.

Указание. Показать линейные и угловые скорости тел системы.

3. Показываем силы, действующие на механическую систему в текущем положении.

Указание. Показать силы тяжести, силы трения скольжения и моменты сопротивления качению.

5. Определяем мощность сил, действующих на систему.

Указание. Мощность сил определить как сумму мощностей отдельных сил и пар сил. Учесть, что все тела абсолютно твердые, а нити абсолютно гибкие и нерастяжимые.

6. Записываем теорему об изменении кинетической энергии системы.

Указание. Записать теорему в дифференциальной форме.

7. Определяем скорость первого тела.

Указание. Решить уравнение п. 6, определить скорость центра масс первого тела как функцию времени. Принять, что в начальный момент времени $t=0$ система находилась в покое.

8. Проводим расчет и строим зависимость скорости первого тела от времени.

Указание. Шкалы графика строить с использованием рекомендуемых числовых значений масштаба равномерных шкал осей.

Задание №3. Решение

Задание №3. Решение (продолжение)*

*Допускается оформление контрольных домашних заданий на листах формата А4 в соответствии с требованиями СТП-І-У-НГТУ-2004.

СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ

К заданию № 1

Кинетическая энергия:

- тела при поступательном движении $T = mv^2/2$;
 - тела при вращательном движении $T = I_z \omega^2/2$;
 - тела при плоском движении $T = mv_C^2/2 + I_{Cz} \omega^2/2$,
- где v_C, ω – скорость центра масс и угловая скорость тела;
 I_{Cz} – момент инерции массы тела относительно оси, проходящей через центр масс;
- механической системы $T = \sum_{k=1}^n T_k$.

К заданию № 2

Работа:

- силы* $A = \overline{F} \cdot \overline{S}$;
 - пары сил** $A = \overline{M} \cdot \overline{\varphi}$,
- где $\overline{F}, \overline{M}$ – сила и момент пары сил;
 $\overline{S}, \overline{\varphi}$ – перемещение и угол поворота.

Теорема об изменении кинетической энергии системы в интегральной форме

$$T - T_0 = A^{\text{вн}} + A^{\text{внр}}$$

- где T, T_0 – кинетическая энергия системы в текущем (конечном) и начальном положении;
 $A^{\text{вн}}, A^{\text{внр}}$ – работа внешних и внутренних сил на конечном перемещении системы.

К заданию № 3

Мощность:

- силы* $N = \overline{F} \cdot \overline{v}$;
 - пары сил** $N = \overline{M} \cdot \overline{\omega}$,
- где $\overline{F}, \overline{M}$ – сила и момент пары сил;
 $\overline{v}, \overline{\omega}$ – скорость и угловая скорость.

Теорема об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме

$$\frac{dT}{dt} = N^{\text{вн}} + N^{\text{внр}}$$

- где T – кинетическая энергия системы;
 $N^{\text{вн}}, N^{\text{внр}}$ – мощность внешних и внутренних сил.

* Сила постоянна по величине и направлению, а точка приложения силы перемещается по прямой.

** Момент пары – величина постоянная.