Министерство образования и науки Российской Федерации
Архангельский государственный технический университет

ОПТИКА

Методические указания к выполнению контрольного задания № 4 по курсу общей физики для студентов заочного факультета инженерно-технических специальностей

Архангельск
2004

Рассмотрены и рекомендованы к изданию методической
комиссией факультета промышленной энергетики
Архангельского технического университета
26 мая 2004 г.

Составители:
Л.В. Филимоненкова, доц. канд. техн. наук

Рецензент
А.В.Соловьев, доцент кафедры биомедицинской техники, канд. тех. наук

УДК 533.1

Филимоненкова Л.В., Оптика: Методические указания к выполнению контрольного задания № 4 для студентов – заочников инженерно – технических специальностей. Архангельск: Изд-во АГТУ, 2004. – 42 с.

Подготовлены кафедрой физики АГТУ.

В указаниях излагаются основные законы и формулы по разделу «Оптика», приведены примеры решения задач.

Предназначены для студентов-заочников инженерно-технических специальностей.

Ил. 11. Табл. 2.

РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

К выполнению контрольной работы следует приступить только после изучения материала, соответствующего данному разделу программы, внимательного ознакомления с примерами решения задач, приведенных в данном пособии по каждому разделу курса.

При выполнении контрольной работы необходимо руководствоваться следующими правилами.

1. Контрольная работа выполняется в обычной школьной тетради (каждая контрольная выполняется в отдельной тетради). Для замечаний рецензента на страницах тетради оставляются поля. Каждая следующая задача должна начинаться с новой страницы. Условия задач переписываются полностью без сокращений.
2. При решении задач следует пользоваться международной системой единиц (СИ). Все величины, входящие в условия задачи, выражаются в единицах этой системы.
3. Решения задач должны сопровождаться краткими, но исчерпывающими пояснениями, раскрывающими физический смысл употребляемых формул. В тех случаях, когда это возможно, дать чертеж, выполненный с помощью чертежных принадлежностей.

Если при решении задачи применяется формула, получаемая для частного случая, не выражающая какой-нибудь физический закон или не являющаяся определением какой-нибудь физической величины, то её следует вывести.

4. Решать задачу надо в общем виде, то есть выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.

Получив решение в общем виде, сделать анализ его размерности. Для этого надо подставить в правую часть полученной рабочей формулы вместо символов величин обозначения единиц, провести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.

5. В конце контрольной работы следует указать учебники и учебные пособия, которыми пользовались при решении задач.
6. Получив из университета проверенную работу, следует внимательно ознакомиться с замечаниями и указаниями рецензента. Если при выполнении контрольной работы были допущены ошибки, необходимо выполнить работу над ошибками в той же тетради и направить ее на повторную проверку.

7. После получения положительной рецензии студент обязан пройти собеседование по существу решенных задач. Итогом собеседования является зачет по контрольной работе.
8. Студентам, проживающим вблизи университета или филиалов и учебно–консультационных пунктов, рекомендуется прослушать курс лекции по физике, организуемых для студентов заочников, а также использовать очные консультации преподавателей кафедры физики.

1. Колебания и волны

1.1 Механические гармонические колебания.

- Уравнение гармонических колебаний и его решение:

$$\ddot{x}+\omega_0^2 x=0; \qquad x=A\cos(\omega_0 t+\varphi_0)^*,$$

где x – значение колеблющейся величины в момент времени t; A – амплитуда колебаний (максимальное значение колеблющейся величины); $\varphi=(\omega_0 t+\varphi_0)$ – фаза колебаний в момент времени t; φ_0 – начальная фаза в момент времени t=0; ω_0 – собственная циклическая частота колебаний.

- Период гармонических колебаний:

$$T=\frac{2\pi}{\omega_0}; \qquad T=\frac{1}{\nu},$$

где ν – частота колебаний (число полных колебаний в единицу времени).

- Скорость точки, совершающей колебания:

$$\upsilon=\frac{dx}{dt}=-A\omega_0\sin(\omega_0 t+\varphi_0)=A\omega_0\cos(\omega_0 t+\varphi_0+\frac{\pi}{2}).$$

- Ускорение точки, совершающей колебания:

$$a=\frac{d\upsilon}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}=-A\omega_0^2\cos(\omega_0 t+\varphi_0)=A\omega_0^2\cos(\omega_0 t+\varphi_0+\pi).$$

Амплитуда скорости и ускорения соответственно равны $A\omega_0$ и $A\omega_0^2$. Фаза скорости отличается от фазы смещения на $\frac{\pi}{2}$, а фаза ускорения на π .

- Сила, под действием которой точка массой m совершает колебания:

$$F=ma=-m\omega_0^2 x=-k\,x,$$

где k – коэффициент упругости, $k=\omega_0^2 m$.

- Кинетическая энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$E_k=\frac{m\upsilon^2}{2}=\frac{mA^2\omega_0^2}{2}\sin^2(\omega_0 t+\varphi_0)=\frac{mA^2\omega_0^2}{4}[1-\cos 2(\omega_0 t+\varphi_0)].$$

---

* В пособии используется функция косинуса.

- Потенциальная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания под действием упругой силы F:

$$E_п = -\int_0^x F dx = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) =$$

$$= \frac{mA^2\omega_0^2}{4}[1 + \cos 2(\omega_0 t + \varphi_0)].$$

- Полная энергия:

$$E = E_k + E_п = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}.$$

На Рис.1 изображены графики зависимости энергий от времени. Энергии E_k и $E_п$ изменяются с частотой $2\omega_0$, т.е. с частотой, которая в 2 раза превышает частоту изменения x от времени.

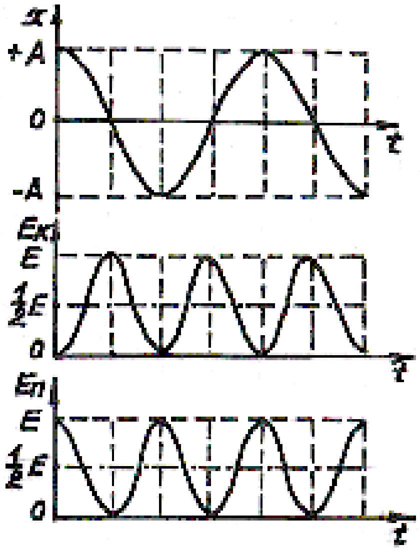

Рис.1

1.2 Гармонические осцилляторы: пружинный, физический и математический маятники, колебательный контур (системы, совершающие гармонические колебания).

- Период колебаний пружинного маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

где m – масса тела, подвешенного на пружине; k – жесткость пружины.

- Период колебаний математического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

где l – длина маятника, g – ускорение свободного падения.

- Период колебаний физического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}},$$

где I – момент инерции маятника относительно оси колебаний; m – масса маятника; d – расстояние от центра масс маятника до оси колебаний; $L = \frac{I}{md}$ - приведенная длина физического маятника.

1.3 Сложение гармонических колебаний.

- При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинаковой частоты получается гармоническое колебание той же частоты с амплитудой:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})};$$

и с начальной фазой, определяемой из уравнения:

$$tg\ \varphi_0 = \frac{A_1 \sin\varphi_{01} + A_2 \sin\varphi_{02}}{A_1 \cos\varphi_{01} + A_2 \cos\varphi_{02}},$$

где A_1, A_2 – амплитуды составляющих колебаний; φ_{01}, φ_{02} – их начальные фазы.

При сложении колебаний:

$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01}), \\ x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{02}) \end{cases}$ используют метод вращающего вектора амплитуды, рис.2.

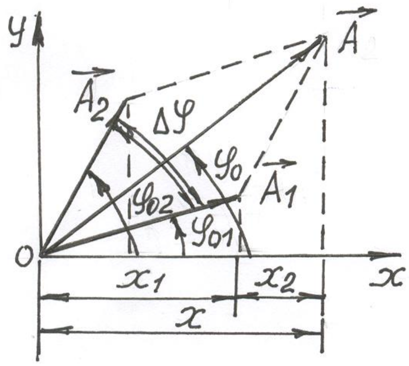

Рис.2

- При сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний одинаковой частоты с амплитудами A_1 и A_2 и начальными фазами φ_{01}, φ_{02} уравнение траектории результирующего движения в координатах x, y имеет вид:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 \cdot A_2}\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = \sin^2(\varphi_{02} - \varphi_{01}).$$

1.4 Затухающие колебания.

- Уравнение затухающих колебаний и его решение:

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \qquad x = A_0 e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi_0),$$

где $A(t) = A_0 e^{-\delta t}$ – амплитуда затухающих колебаний; A_0 – амплитуда колебаний в момент t=0; δ – коэффициент затухания ($\delta = \frac{r}{2m}$); r – коэффициент сопротивления; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ – циклическая частота затухающих колебаний; ω_0 – собственная циклическая частота свободных незатухающих колебаний той же колебательной системы.

- Время релаксации:

$$\tau = \frac{1}{\delta},$$

где τ – промежуток времени, в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшится в e раз (e – основание натурального логарифма).

- Логарифмический декремент затухания λ:

$$\lambda = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N},$$

где $A(t)$, $A(t+T)$ – амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающихся на период; N – число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в e раз.

1.5 Вынужденные колебания.

- Уравнение вынужденных колебаний и его установившееся решение:

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t; \qquad x = A\cos(\omega t - \varphi_0),$$

где $F_0 \cos(\omega\, t)$ – внешняя периодическая сила, действующая на колеблющуюся материальную точку и вызывающая колебания; ω – циклическая частота изменения внешней вынуждающей силы.

- Амплитуда вынужденных колебаний:

$$A = \frac{F_0 / m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}}.$$

- Резонанская частота и резонанская амплитуда:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}, \qquad A_{рез} = \frac{F_0 / m}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}.$$

1.6 Электромагнитные колебания.

- Уравнение свободных колебаний в идеальном колебательном контуре и его решение:

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC} q = 0, \qquad q = q_{\max} \cos(\omega_0\, t + \varphi_0),$$

где q – заряд на обкладках конденсатора в момент времени t; q_{max} – амплитуда колебаний заряда конденсатора с циклической частотой конденсатора ω_0, называемой собственной частотой контура:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

и периодом:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$ - формула Томсона,

где C – емкость конденсатора, L – индуктивность катушки, составляющих колебательный контур.

- Полная энергия идеального колебательного контура:

$$W = W_{эл} + W_{маг} = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = const$$

или

$$W = W_{эл} + W_{маг} = \frac{q^2}{2C} + \frac{L\dot{q}^2}{2} = const,$$

где C – емкость конденсатора, L – индуктивность катушки, составляющих колебательный контур.

В контуре возникают электрические колебания, сопровождающиеся превращениями энергий электрического $W_{эл}$ и магнитного $W_{маг}$ полей.

1.7 Свободные затухающие колебания в электрическом колебательном контуре.

- Уравнение затухающих колебаний в контуре и его решение:

$$\ddot{q} + 2\delta\dot{q} + \omega_0^2 x = 0 \qquad q = q_{max} e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi_0),$$

где q_{max} – величина заряда на пластинах конденсатора в момент времени t=0;

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} = \sqrt{\dfrac{1}{LC} - \dfrac{R^2}{4L^2}}$ - частота затухающих колебаний; $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ - собственная частота; $\delta = \dfrac{R}{2L}$ - коэффициент затухания.

- Логарифмический декремент затухания:

$$\Lambda = \delta T = \frac{\pi R}{L\omega},$$

где R – активное сопротивление контура; L – индуктивность контура; ω – частота затухания контура.

- Добротность Q контура:

$$Q = 2\pi\frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)},$$

где $W(t)$ - энергия, запасенная в контуре к моменту времени t; $\Delta W = W(t) - W(t+T)$ - уменьшение энергии за период колебаний T.

В случае слабого затухания добротность:

$$Q = \frac{\pi}{\Lambda} = \frac{L\omega}{R}.$$

1.8 Вынужденные электрические колебания.

- Уравнение, описывающее изменения заряда на конденсаторе и установившиеся вынужденные колебания при последовательном включении в контур напряжения $U = U_{max}\cos\omega t$:

$$\ddot{q} + 2\delta\ddot{q} + \omega_0^2 q = \frac{U_{max}}{L}\cos\omega t, \qquad q = q_{max}\cos(\omega t - \varphi),$$

где $$q_{max} = \frac{U_{max}}{\omega\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega c})^2}}; \qquad tg\varphi = \frac{R}{\frac{1}{\omega c} - \omega L}$$

(φ – сдвиг по фазе между зарядом и приложенным напряжением).

- Сила тока при установившихся колебаниях:

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega q_{max}\sin(\omega t - \varphi) = I_{max}\cos(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}),$$

где амплитуда тока:

$$I_{max} = \omega q_{max} = \frac{U_{max}}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega c})^2}}.$$

Силу тока можно записать в виде:

$$I = I_{\max} \cos(\omega t - \varphi_0),$$

где $\varphi_0 = \varphi - \dfrac{\pi}{2}$ - сдвиг по фазе между током и приложенным напряжением.

Этот сдвиг по фазе φ_0 находят по формуле:

$$tg\varphi_0 = \frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega c}}{R}.$$

1.9 Упругие (механические) волны – механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде.

- Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси x в однородной непоглощающей среде:

$$\xi(x,t) = A\cos(\omega t - k x + \varphi_0)$$

или

$$\xi(x,t) = A\cos\left[\omega\,(t - \frac{x}{\upsilon}) + \varphi_0\right],$$

где $\xi(x,t)$ - смещение точек среды с координатой x в момент времени t; A - амплитуда волны; ω – циклическая частота волны; φ_0 – начальная фаза волны (определяется выбором начала отсчета x и t); υ – фазовая скорость; k – волновое число.

- Фаза волны:

$$\varphi = \omega\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right) + \varphi_0 = \omega t - k x + \varphi_0.$$

- Длина волны:

$$\lambda = \upsilon T = \upsilon / \nu.$$

- Волновое число:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\upsilon T} = \frac{\omega}{\upsilon}.$$

- Волновой вектор – вектор $\vec{k}$, направленный по нормали к волновой поверхности, а модуль, которого равен волновому числу k.
- Уравнение плоской волны, распространяющейся в направлении, определяемом волновым вектором $\vec{k}$:

$$\xi(\vec{r},t) = A\cos(\omega t - \vec{k}\,\vec{r} + \varphi_0).$$

- Уравнение сферической волны:

$$\xi(r,t) = \frac{A_0}{r}\cos(\omega t - k r + \varphi_0),$$

где r – расстояние от центра волны до рассматриваемой точки среды. Это уравнение справедливо лишь для r, превышающих размеры источника.

- Фазовая υ и групповая U скорости, а также связь между ними:

$$\upsilon = \frac{\omega}{k}; \qquad U = \frac{d\omega}{dk}; \qquad U = \upsilon - \lambda \frac{d\upsilon}{d\lambda}.$$

- Скорость распространения звуковых волн в газах:

$$\upsilon = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}},$$

где R – универсальная газовая постоянная; μ - молярная масса газа; $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ - отношение молярных теплоемкостей газа при постоянном давлении и объеме; T – термодинамическая температура.

2.0 Электромагнитные волны.

- Уравнения плоской электромагнитной волны:

$$E = E_0 \cos(\omega t - k x + \varphi_0);$$
$$H = H_0 \cos(\omega t - k x + \varphi_0),$$

где E_0 и H_0 - соответственно амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волны; ω – циклическая частота; $k = \frac{\omega}{\upsilon}$ - волновое число; φ_0 – начальная фаза колебаний в точках с координатой x=0.

- Фазовая скорость электромагнитной волны:

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{C}{\sqrt{\varepsilon \mu}},$$

где $C = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ - скорость распространения света в вакууме; ε_0 и μ_0 - соответственно электрическая и магнитная постоянные; ε и μ - соответственно электрическая и магнитная проницаемости среды.

- Связь между мгновенными значениями напряженностей электрического E и магнитного H полей электромагнитной волны:

$$\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0}\, E = \sqrt{\mu \mu_0}\, H.$$

- Объемная плотность энергии электромагнитного поля:

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}.$$

- Плотность потока электромагнитной волны – вектор Умова-Пойнтинга:

$$\vec{S} = w \vec{\upsilon}; \qquad \vec{S} = \left[\vec{E} \cdot \vec{H} \right],$$

где w – объемная плотность энергии волны, $\vec{\upsilon}$ - фазовая скорость волны.

- Интенсивность электромагнитной волны I – величина, численно равная энергии, которую переносит волна за единицу времени через единицу площади поверхности, расположенной перпендикулярно к направлению распространения волны:

$$I = \langle w \rangle \upsilon; \qquad I = \langle S \rangle,$$

где <w> – среднее значение объемной плотности энергии электромагнитного поля волны; $\langle S \rangle$ - среднее значение модуля вектора Умова-Пойнтинга.

Пример 1. Материальная точка участвует одновременно в двух колебательных процессах, происходящих в одном направлении по гармоническому закону с одинаковой частотой, амплитудами A_1=5 см и A_2=10 см и сдвигом по фазе $\Delta\varphi = \frac{\pi}{3}$. Определить амплитуду и начальную фазу результирующего процесса.

Дано: A_1=5 см; A_2=10 см; $\Delta\varphi = \frac{\pi}{3}$.

Найти: A; φ_0.

Решение. Законы движения для каждого из процессов могут быть записаны в виде:

$$x_1 = A_1 \cos\omega t, \qquad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_{02}),$$

где x_1, x_2 - смещения от общего для обоих процессов положения равновесия; ω – циклическая частота. (Поскольку начальная фаза φ_0 определяется выбором начала отсчета времени, можно положить $\varphi_{01} = 0$, $\varphi_{02} = \Delta\varphi$).

Закон движения точки, участвующей в двух колебательных процессах:

$$x = A_1 \cos\omega t + A_2 \cos(\omega t + \Delta\varphi), \tag{1}$$

где x – результирующее смещение точки от положения равновесия.
Поскольку оба колебания гармонические с одинаковой частотой и одного направления, результирующее колебание точки гармоническое с той же частотой и закон движения может быть записан также в виде:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0), \tag{2}$$

где A – амплитуда результирующего колебания; φ_0 – его начальная фаза, равная сдвигу по фазе относительно первого колебания.

Неизвестные A и φ_0 могут быть найдены либо аналитическим методом, либо методом векторного сложения колебаний.

- <u>Аналитический метод</u>. Согласно уравнений (1) и (2) получим:

$$A\cos(\omega t + \varphi_0) = A_1 \cos\omega t + A_2 \cos(\omega t + \Delta\varphi). \tag{3}$$

Используя формулы косинуса суммы двух углов, перепишем уравнение (3):

$$A\cos\varphi_0 \cos\omega t - A\sin\varphi_0 \sin\omega t = (A_1 + A_2\cos\Delta\varphi)\cos\omega t - A_2\sin\Delta\varphi\sin\omega t\,.$$

Это уравнение будет тождеством относительно переменной *t*, если коэффициенты при $(\cos\omega t)$ и $(\sin\omega t)$ в левой части тождества равны соответствующим коэффициентам в правой части:

$$A\cos\varphi_0 = A_1 + A_2\cos\Delta\varphi\,; \qquad -A\sin\varphi_0 = A_2\sin\Delta\varphi\,.$$

Решая эту систему уравнений относительно неизвестных A и φ_0 , получаем:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi}\,;$$

$$\varphi_0 = arctg\,\frac{A_2\sin\Delta\varphi}{A_1 + A_2\cos\Delta\varphi}\,.$$

- Векторный метод. Любой гармонический процесс можно привести в однозначное соответствие с вращением вектора $\vec{A}$ с угловой скоростью ω , равной циклической частоте колебаний. Модуль вектора $\vec{A}$ равен амплитуде колебаний, угол φ_0, образованный этим вектором с осью *ox*, равен начальной фазе колебаний. Проекция вектора $\vec{A}$ на ось *ox* в любой момент времени будет меняться по гармоническому закону:

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)\,.$$

При сложении колебаний, происходящих с одинаковой частотой, угол между векторами $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$ не изменяется с течением времени и равен $\Delta\varphi$ – разности начальных фаз. Поэтому при сложении таких колебаний все векторы можно показать для момента *t*=0. Векторы $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$ показаны на рис.3 ($|\vec{A}_1| = A_1$), ($|\vec{A}_2| = A_2$).

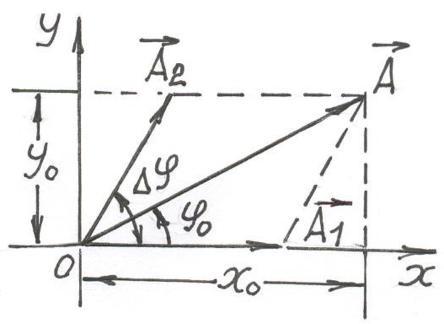

Рис.3

Вектор $\vec{A}_1$ направлен вдоль оси *ox*, поскольку начало отсчета времени выбрано так, что $\varphi_{01} = 0$. Угол наклона вектора $\vec{A}_2$ к оси *ox* равен $\varphi_{02} = \Delta\varphi$. Согласно теореме косинусов амплитуда результирующего колебания:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi}\,.$$

Угол наклона вектора $\vec{A}$ к оси *ox* и будет начальной фазой результирующего колебания:

$$\varphi_0 = arctg\,\frac{y_0}{x_0},$$

причем $y_0 = A_2 \sin\Delta\varphi$, $x_0 = A_1 + A_2\cos\Delta\varphi$, откуда $\varphi_0 = arctg\,\dfrac{A_2\sin\Delta\varphi}{A_1 + A_2\cos\Delta\varphi}$.

Таким образом, оба метода дают достаточно простые решения задачи.
Выполним вычисления:

$$A = \sqrt{5^2 + 10^2 + 2\cdot 5\cdot 10\cdot \cos\pi/3} = 13 \text{ см}.$$

$$\varphi_0 = arctg\,\frac{10\cdot\sin\pi/3}{5+10\cos\pi/3} = 41^0 = 0{,}23\ \pi.$$

Ответ: A=13 см, φ_0=0,23 π.

Пример 2. Математический маятник длины l=50 см совершает небольшие колебания в среде, в которой коэффициент затухания δ=09 с$^{-1}$. Определить время τ и число полных колебаний N, по истечении которых амплитуда маятника уменьшится в пять раз. Во сколько раз должен возрасти коэффициент трения, чтобы колебания оказались невозможными?

Дано: l=50 см=0,50 м; δ=09 с$^{-1}$.

Найти: τ, N, $\dfrac{r_{\max}}{r}$.

Решение: При отсутствии трения колебания маятника в вертикальной плоскости происходят по гармоническому закону с собственной циклической частотой:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}. \qquad (1)$$

Вследствие трения колебания маятника будут затухающими:

$$\alpha = \alpha_0\, e^{-\delta t}\sin\omega t,$$

где α – угол отклонения нити маятника от вертикали в момент t. (Записанный закон движения соответствует такому началу отсчета времени, что при t=0 маятник проходит через положение равновесия, т.е. α=0).

Период затухающих колебаний:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}, \qquad (2)$$

а амплитуда A затухающих колебаний изменяется со временем по экспоненциальному закону:

$$A(t) = \alpha_0 e^{-\delta t}. \qquad (3)$$

Запишем выражение (3) для моментов времени t и $t+\tau$:

$$A_1 = \alpha_0 e^{-\delta t}, \qquad\qquad A_2 = \alpha_0 e^{-\delta(t+\tau)}.$$

Отношение амплитуд $\frac{A_1}{A_2} = e^{\delta\,\tau} = 5$. Логарифмируя это выражение, находим

$$\tau = \frac{\ln 5}{\delta} = \frac{\ln 5}{0{,}9} = 1{,}79\ \text{с}.$$

Число полных колебаний, прошедших за время τ, равно отношению:

$$N = \frac{\tau}{T}.$$

Определим из выражения (1) собственную циклическую частоту математического маятника и, подставив её в выражение (2), получим:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l} - \delta^2}} = \frac{2\cdot 3{,}14}{\sqrt{\frac{9{,}8}{0{,}5} - 0{,}9^2}} = 1{,}45\ \text{с}.$$

Из сравнения T и τ видно, что $1<N<2$ ($N = \frac{\tau}{T} = \left[\frac{1{,}79}{1{,}45}\right] = 1$), т.е. по прошествии двух полных колебаний амплитуда уменьшится уже больше, чем в 5 раз, что соответствует уменьшению энергии маятника больше, чем в 25 раз (полная энергия колебательного движения маятника пропорциональна квадрату амплитуды, $E = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$).

Затухающие колебания по записанному выше закону возникают только при условии $\delta < \omega_0$ (это очевидно из выражения периода (2): при $\delta > \omega_0$ период и циклическая частота оказываются мнимыми величинами). При $\delta \geq \omega_0$ происходит апериодический процесс.

Предельное значение коэффициента затухания δ, при котором возможны колебания, $\delta_{max} = \omega_0$, причем $\delta = \frac{r}{2m}$, где m – масса маятника, постоянная по условию задачи; r – коэффициент трения. Следовательно, искомое значение отношения коэффициентов трения:

$$\frac{r_{\max}}{r} = \frac{\delta_{\max}}{\delta} = \frac{\omega_0}{\delta} = \frac{\sqrt{g/l}}{\delta} = \frac{\sqrt{9{,}8/0{,}50}}{0{,}9} = 4{,}9.$$

Ответ: τ=1,79 с; N=1; $\frac{r_{\max}}{r}$=4,9.

Пример 3. В вакууме вдоль оси x распространяется плоская электромагнитная волна. Интенсивность волны, т.е. средняя энергия, проходящая через единицу поверхности за единицу времени, составляет 21,2 мкВт/м^2. Определить амплитуду напряженности электрического поля волны.

Дано: ε=1; μ=1; I=21,2 мкВт/м^2=2,12·10^{-5} Вт/м^2.
Найти: E_0.

Решение: Так как интенсивность электромагнитной волны определяется как средняя энергия, проходящая через единицу поверхности за единицу времени, то

$$I = \langle S \rangle, \qquad (1)$$

где $\langle S \rangle$ – среднее значение модуля вектора плотности потока электромагнитной энергии – вектора Умова-Пойнтинга. Согласно определению,

$$S = E \cdot H,$$

где E и H – соответственно мгновенные значения напряженностей электрического и магнитного полей волны, описываемые уравнениями:

$$E = E_0 \cos(\omega t - k x);$$

$$H = H_0 \cos(\omega t - k x),$$

где E_0 и H_0 – соответственно амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волны; ω – циклическая частота; $k=\omega/\upsilon$ – волновое число (φ_0 - начальная фаза колебаний принята равной нулю).

Мгновенное значение модуля вектора Умова-Пойнтинга:

$$S = E_0 H_0 \cos^2(\omega t - k x),$$

а его среднее значение, учтя, что $\langle \cos^2(\omega t - k x) \rangle = \frac{1}{2}$:

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} E_0 H_0. \qquad (2)$$

В бегущей электромагнитной волне мгновенные значения E и H в любой точке связаны соотношением:

$$\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0}\, E = \sqrt{\mu \mu_0}\, H,$$

откуда (учтя, эта электромагнитная волна распространяется в вакууме):

$$H_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0}}{\sqrt{\mu \mu_0}} \mathrm{E}_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{\sqrt{\mu_0}} \mathrm{E}_0. \qquad (3)$$

Подставим (3) в (2) и учитывая (1), получим искомую амплитуду напряженности электрического поля волны:

$$E_0 = \sqrt{2 \cdot I \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}}.$$

Выполним вычисления:

$$E_0 = \sqrt{2 \cdot 2{,}12 \cdot 10^{-5} \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{8{,}85 \cdot 10^{-12}}}} = 126 \cdot 10^{-3} \, \frac{\text{В}}{\text{м}} = 126 \, \frac{\text{мВ}}{\text{м}}.$$

Ответ: $E_0 = 126 \, \frac{\text{мВ}}{\text{м}}$.

2. Интерференция света

2.1 Скорость света в среде:

$$\upsilon = \frac{c}{n},$$

где c – скорость света в вакууме, с = $3 \cdot 10^8$ м/с; n – абсолютный показатель преломления среды.

2.2 Оптическая длина пути световой волны:

$$L = nl,$$

где l – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n.

2.3 Оптическая разность хода двух световых волн:

$$\Delta = \left| L_1 - L_2 \right|.$$

2.4 При отражении света от оптически более плотной среды фаза колебаний светового вектора ($\vec{E}$) испытывает скачок фазы на π. Изменение фазы колебаний на π приводит к изменению оптического пути световой волны на $\lambda/2$. (λ - длина волны в вакууме).

2.5 Оптическая разность хода световых волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей тонкой плоскопараллельной пластинки или пленки, находящейся в воздухе, рис. 4:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \lambda/2,$$

где d – толщина пластинки (пленки); i – угол падения луча на пластинку; λ – длина световой волны в вакууме.

Слагаемое $\lambda/2$ учитывает изменение оптической длины пути световой волны при отражении ее от среды, оптически более плотной (в точке А).

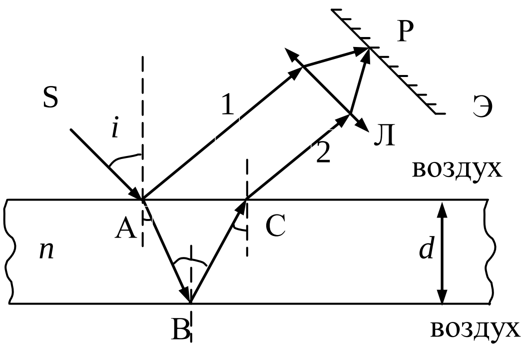

Рис. 4

2.6 Условие максимумов интенсивности света при интерференции:

$$\Delta = 2k\frac{\lambda}{2} = k\lambda \qquad (k = 0, 1, 2, 3, \ldots).$$

2.7 Условие минимумов интенсивности света при интерференции:

$$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad (k = 0, 1, 2, 3, \ldots).$$

2.8 Кольца Ньютона. При отражении света от поверхностей воздушной прослойки, образованной между стеклянной пластинкой и соприкасающейся к ней выпуклой поверхностью линзы с радиусом кривизны R, рис. 5, возникающая интерференционная картина носит название колец Ньютона.

- В отраженном свете оптическая разность хода лучей при отражении от поверхностей воздушной прослойки:

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2}.$$

- Радиусы светлых колец Ньютона в отраженном свете (или темных в проходящем):

$$r_{\text{k}} = \sqrt{(2k-1)R(\lambda/2)},$$

где k – номер кольца (k = 1, 2, 3,…);
R – радиус кривизны поверхности линзы.

- Радиусы темных колец в отраженном свете (или светлых в проходящем):

$$r_{\text{k}} = \sqrt{kR\lambda}.$$

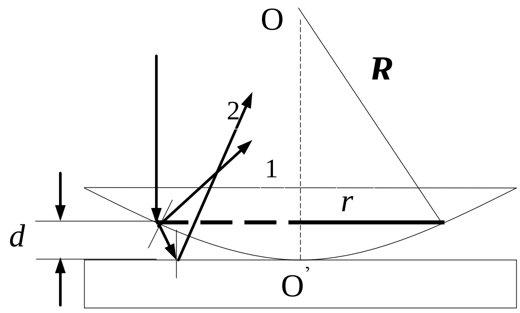

Рис. 5

Пример 4. Поверхности стеклянного клина (n = 1,5) образуют между собой угол $\alpha = 0{,}1'$. На клин падает нормально к его поверхности пучок монохроматических лучей длинной волны λ = 0,5 мкм (рис. 6). Найти расстояние между полосами.

Дано: n = 1,5; $\alpha = 0{,}1'$; λ = 0,5 мкм = $0{,}5 \cdot 10^{-7}$ м.
Найти: ℓ.
Решение. Клин представляет собой частный случай тонкой пленки,

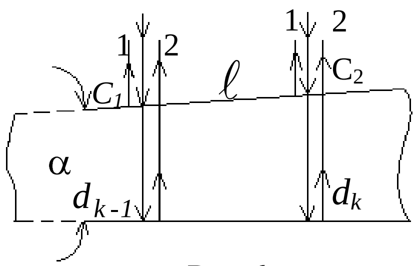

Рис.6 а

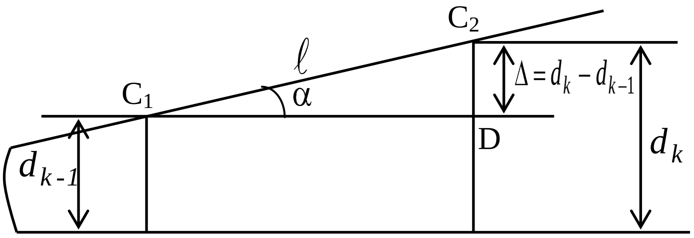

Рис.6 б

имеющей переменную толщину d. Когерентные волны образуются при отражении света от верхней и нижней граней клина. При малых углах клина α когерентные лучи 1 и 2 идут практически параллельно и интерферируют (рис. 6а). Оптическую разность хода этих лучей находим по формуле

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \text{i}} + \lambda/2.$$

В данной задаче угол падения лучей на клин i = 0 и разность хода Δ приблизительно равна

$$\Delta \cong 2dn + \lambda/2.$$

Пусть точкам C_1 и C_2 на рис. 6 б соответствуют две соседние светлые интерференционные полосы, тогда для разностей хода Δ_1 и Δ_2 в этих точках имеем:

$$\Delta_1 = 2d_k n + \lambda/2 = k\lambda,$$
$$\Delta_2 = 2d_{k\text{-}1} n + \lambda/2 = (k\text{-}1)\lambda,$$

где d_k, d_{k-1} – толщины клина в тех местах, где наблюдаются светлые полосы; k, (k-1) – номера полос (номера интерференционных максимумов).

Вычитая почленно эти два равенства друг из друга, получим:

$$2n(d_k - d_{k-1}) = \lambda,$$

откуда

$$d_k - d_{k-1} = \lambda/2n. \quad (1)$$

Искомое расстояние между соседними полосами ℓ можно легко выразить из $\Delta C_1C_2Д$:

$$\ell = \frac{d_k - d_{k-1}}{\sin\alpha} \cong \frac{d_k - d_{k-1}}{\alpha},$$

$\sin\alpha \approx \alpha$, так как по условию задачи угол α очень мал.

Подставляя в последнюю формулу вместо разности $d_k - d_{k-1}$ ее значение из формулы (1), получим:

$$\ell = \frac{\lambda}{2n\alpha}.$$

Найдем численное значение ℓ (λ=0,5 мкм=$0{,}5 \cdot 10^{-6}$м$= 5 \cdot 10^{-7}$м, n = 1,5).

Переведем α в радианы (π = 3,14):

$$1^0 = \frac{\pi}{180} \text{ рад}; \qquad 1' = \frac{\pi}{180 \cdot 60} \text{ рад};$$

$$\alpha = \frac{0{,}1' \cdot 3{,}14}{180 \cdot 60} = 2{,}9 \cdot 10^{-5} \text{ рад}.$$

Тогда получим:

$$\ell = \frac{5 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 1{,}5 \cdot 2{,}9 \cdot 10^{-5}} = 0{,}56 \cdot 10^{-2}\text{м} = 5{,}6 \text{ мм}.$$

Ответ: $\ell = 5{,}6$ мм.

Эта задача может быть решена и в обратном порядке, то есть по расстоянию между интерференционными полосами ℓ можно найти угол клина α.

3. Дифракция света

3.1 Дифракция света на одной щели при нормальном падении лучей.

- Условие минимумов интенсивности света:

$$a\sin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda, \qquad (k = 1, 2, 3,\ldots),$$

где a – ширина щели; φ – угол дифракции; k – номер минимума.

- Условие максимумов интенсивности света на щели:

$$a\sin\varphi = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, \qquad (k = 1, 2, 3,\ldots).$$

3.2 Дифракция света на дифракционной решетке при нормальном падении лучей.

- Условие главных максимумов интенсивности:

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda \qquad (k = 0, 1, 2,\ldots),$$

где d – период (постоянная) решетки; k – номер главного максимума; φ – угол между нормалью к поверхности решетки и направлением на данный максимум.

3.3 Разрешающая способность дифракционной решетки:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

где k – порядок дифракционной картины, N – число штрихов решетки, $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ - минимальная разница двух разрешаемых световых волн с длинами волн λ_1 и λ_2.

3.4 Формула Вульфа-Брегга. Условие дифракционных максимумов:

$$2d\sin\varphi = \pm k\lambda \qquad (k = 0, 1, 2,\ldots),$$

где d – расстояние между атомными плоскостями кристалла, φ - угол скольжения (угол между направлением пучка параллельных лучей, падающих на кристалл, и гранью кристалла).

Пример 5. На дифракционную решетку Д падает монохроматический свет с длинной волны λ = 0,65 мкм. На экране Э, расположенном параллельно решетке и отстоящем от нее на расстояние L = 0,6 м, наблюдается дифракционная картина (рис. 7). Расстояние между дифракционными максимумами первого порядка на экране ℓ=10 см. Определить постоянную дифракционной решетки d и общее число главных максимумов, получаемых с помощью этой решетки.

Дано: $\lambda = 0{,}65\cdot10^{-6}$ м; L = 0,6 м; ℓ=0,1 м; k = 1.

Найти: d; N.

Решение. 1. Запишем условие главных максимумов для дифракционной решетки:

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda. \qquad (1)$$

где d – период решетки, k – порядок максимума.

Для того чтобы найти постоянную решетки d, необходимо знать угол φ, под которым получается k – й максимум.

По условию задачи $k = 1$. Так как $\ell/2 \ll L$ (рис. 7), то можно считать, что

$$\sin\varphi_1 \approx \mathrm{tg}\varphi_1 = \ell/2L. \qquad (2)$$

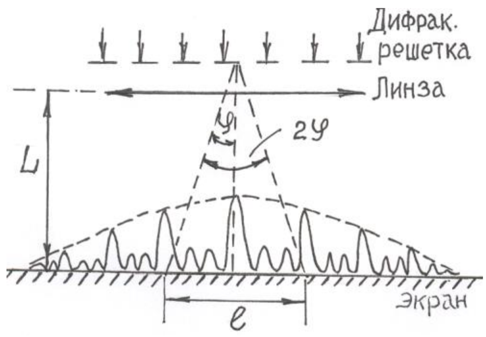

Рис.7

Подставляя формулу (2) в формулу (1), получим :

$$d\frac{\ell}{2L} = 1\lambda; \qquad d = \frac{2L\lambda}{\ell}.$$

Находим числовое значение:

$$d = \frac{2\cdot 0{,}65\cdot 10^{-6}\cdot 0{,}6}{0{,}1} = 7{,}8\cdot 10^{-6}\ \text{м} = 7{,}8\ \text{мкм}.$$

2.Для определения общего числа главных максимумов N, даваемых дифракционной решеткой, исходим из условия, что максимальный угол отклонения лучей от нормального направления распространения не может превышать 90^0, а $\sin\varphi_{max} = 1$.

Тогда, используя формулу (1), находим максимальное значение k_{max}:

$$k_{max} = d/\lambda. \qquad (3)$$

Производим вычисления:

$$k_{max} = \frac{7{,}8\cdot 10^{-6}}{0{,}65\cdot 10^{-6}} = 12.$$

Общее число максимумов $N = 2k_{max} + 1$,то есть слева и справа от центрального (нулевого) максимума будут наблюдаться по одинаковому числу максимумов, равному k_{max}, то есть всего $2k_{max}$. Если учесть центральный нулевой максимум, получим общее число максимумов:

$$N = 2\cdot 12 + 1 = 25.$$

Ответ: d = 7,8 мкм; N = 25.

Если по формуле (3) k_{max} получится не целым числом, то за число максимумов нужно брать целую часть получившегося числа.

4. Поляризация света

4.1 Закон Брюстера:

$$tg\ i_б = n_{2,1} = n_2/n_1,$$

где $i_б$ – угол падения, при котором отраженная световая волна полностью поляризована; $n_{2,1}$ – относительный показатель преломления среды, от которой происходит отражение света.

4.2 Закон Малюса:

$$I = I_0 \cos^2\alpha,$$

где I – интенсивность плоскополяризованного света, вышедшего из анализатора;
I_0 – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор;
α – угол между направлением колебаний светового вектора волны, падающей на анализатор, и плоскостью пропускания анализатора.

4.3 Угол поворота φ плоскости поляризации оптически активными веществами определяется по следующим формулам:

- в твердых телах^

$$\varphi = [\alpha] d,$$

где $[\alpha]$ – постоянная вращения; d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

- в растворах:

$$\varphi = [\alpha] c d,$$

где с – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

Пример 6. Какой угол образуют плоскости поляризации двух николей, если интенсивность света, вышедшего из второго николя, была ослаблена в 5 раз? Учесть, что поляризатор поглощает 10%, а анализатор – 8% падающего на них светового потока (рис.8).

Дано: $\dfrac{I_{ест}}{I} = 5$; $k_1 = 0{,}1$; $k_2 = 0{,}08$.

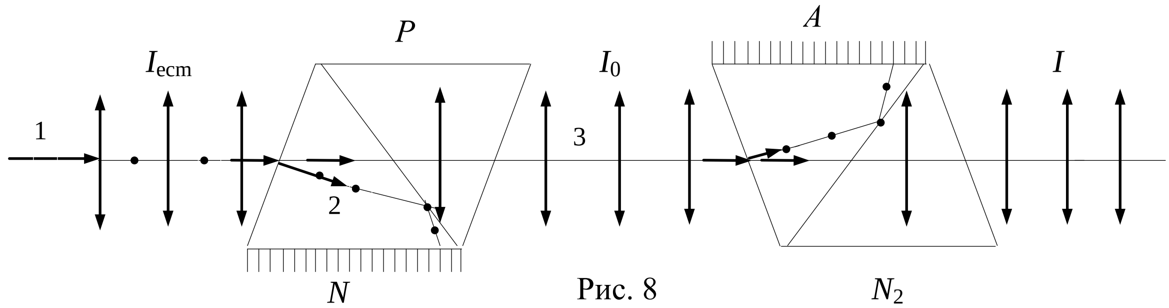

Рис. 8

Найти: α.

Решение. Естественный луч 1 ($I_{ест}$), падая на грань призмы Николя N_1, претерпевает двойное лучепреломление. В результате возникают два луча: обыкновенный 2 и необыкновенный 3 (рис. 8). Оба луча поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях, интенсивность их одинакова и составляет половину интенсивности естественного света. Обыкновенный луч 2 вследствие полного отражения отбрасывается на зачерненную поверхность призмы и поглощается ею. Необыкновенный луч 3 проходит через николь. При этом и интенсивность изменяется: уменьшается еще и вследствие поглощения в веществе николя.

Таким образом, интенсивность света I_0, прошедшего через первую призму (поляризатор P), с учетом поглощения равна

$$I_0 = \frac{1}{2} I_{ест}(1 - k_1),$$

где $I_{ест}$ – интенсивность естественного света, падающего на первый николь;

k_1 – относительная потеря интенсивности света в поляризаторе.

Поляризованный луч 3 интенсивности I_0, попадая на второй николь (анализатор А), также расщепляется на обыкновенный, который полностью поглощается в николе 2, и необыкновенный.

Интенсивность необыкновенного пучка света I, вышедшего из анализатора, определяется законом Малюса:

$$I = I_0 cos^2 \alpha ,$$

где α – угол между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора. Учитывая потери интенсивности света во втором николе, получим:

$$I = I_0(1 - k_2)cos^2 \alpha .$$

Искомое уменьшение интенсивности при прохождении света через оба николя будет

$$I = \frac{1}{2} I_{ест}(1 - k_1)(1 - k_2)cos^2 \alpha .$$

Выразим $cos^2 \alpha$:

$$cos^2 \alpha = \frac{2I}{I_{ест}(1 - k_1)(1 - k_2)} .$$

Но по условии задачи

$$\frac{I_{ест}}{I} = 5, \text{ то есть } \frac{I}{I_{ест}} = \frac{1}{5} .$$

Значит,

$$cos^2 \alpha = \frac{2}{5(1 - 0{,}1)(1 - 0{,}08)} = 0{,}483 .$$

Искомый угол: $\alpha = \arccos \sqrt{0{,}483} = 48^0$.

Ответ: $\alpha = 48^0$.

5. Законы теплового излучения

В данном разделе использованы новые термины, рекомендованные Международной организацией по стандартизации (ИСО).

В табл. 1 указаны наименования величин новые и соответствующие им прежние, которые вы можете встретить в литературе.

Таблица 1

Новое наименование	Прежнее наименование
Излучательность, R_e	Энергетическая светимость, R_e
Спектральная плотность излучательности, $r_{\lambda T}$	Спектральная плотность энергетической светимости, $r_{\lambda T}$
Облученность, E_e	Энергетическая освещенность, E_e

5.1 Поток энергии (мощность излучения) – энергия электромагнитного излучения, испускаемого телом за единицу времени:

$$\Phi_e = \frac{dW}{dt} .$$

5.2 Излучательность (энергетическая светимость) тела – поток энергии, испускаемый единицей поверхности излучающего тела по всем направлениям:

$$R_e = \frac{dW}{dt \cdot dS}.$$

5.3 Спектральная плотность излучательности (спектральная плотность энергетической светимости) – поток энергии с единицы площади поверхности тела, приходящийся на единичный интервал длин волн, выбранный около конкретной длины волны λ:

$$r_{\lambda T} = \frac{dR_{\lambda;\lambda+d\lambda}}{d\lambda}.$$

5.4 Закон Стефана-Больцмана:

$$R_e = \sigma T^4.$$

где R_e – излучательность абсолютно черного тела; T – термодинамическая температура тела; σ – постоянная Стефана-Больцмана, $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м$^2 \cdot$ К^4).

5.5 Излучательность серого тела:

$$\mathrm{R_e}^* = a_T \sigma T^4.$$

где a_T – коэффициент черноты (коэффициент излучения) серого тела.

5.6 Закон смещения Вина:

$$\lambda_m = b/T.$$

где λ_m – длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения черного тела; b – постоянная закона смещения Вина, $b = 2{,}90 \cdot 10^{-3}$ м $\cdot$ К.

5.7 Зависимость максимальной спектральной плотности излучательности абсолютно черного тела от температуры:

$$(r_{\lambda,T})_{max} = c' T^5.$$

где c' – постоянная величина, $c' = 1{,}30 \cdot 10^{-5}$ Вт$/($м$^3 \cdot$ К$^5)$.

5.8 Количество лучистой энергии, излучаемой телом с поверхности площадью S за время Δt (при равномерном излучении):

$$W = R_e S \Delta t.$$

Пример 7. Во сколько раз увеличится мощность излучения абсолютно черного тела, если максимум в спектре энергии излучения передвинется от красной границы видимого спектра ($\lambda_{\mathrm{m}_1} = 0{,}76$ мкм) к его фиолетовой границе ($\lambda_{\mathrm{m}_2} = 0{,}38$ мкм)?

Дано: $\lambda_{\mathrm{m}_1} = 0{,}76\,$мкм $= 0{,}76 \cdot 10^{-6}\,$м; $\lambda_{\mathrm{m}_2} = 0{,}38\,$мкм $= 0{,}38 \cdot 10^{-6}\,$м.

Найти: $n = N_2/N_1$.

Решение. Длина волны λ_{m}, на которую приходится максимум энергии излучения абсолютно черного тела, связана с температурой тела Т законом смещения Вина:

$$\lambda_m = b/T \qquad (1)$$

По формуле (1) определяем температуры тела T_1 и T_2:

$$T_1 = \frac{b_1}{\lambda_{m_1}}; \qquad T_2 = \frac{b_2}{\lambda_{m_2}}. \qquad (2)$$

Мощность излучения абсолютно черного тела:

$$N = R_e S,$$

где R_e – излучательность; S – площадь поверхности излучающего тела.

По закону Стефана-Больцмана излучательность абсолютно черного тела:

$$R_e = \sigma T^4.$$

Отсюда выражаем мощности излучения тела при температурах T_1 и T_2:

$$N_1 = \sigma T_1^4 S, \qquad N_2 = \sigma T_2^4 S.$$

Находим их отношение:

$$\mathrm{n} = \frac{N_2}{N_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4.$$

Из формул (2) следует, что $\frac{T_2}{T_1} = \frac{\lambda_{\mathrm{m}_1}}{\lambda_{\mathrm{m}_2}}$.

Тогда

$$n = \frac{N_2}{N_1} = \left(\frac{\lambda_{m_1}}{\lambda_{m_2}}\right)^4 = \left(\frac{0{,}76}{0{,}38}\right)^4 = 2^4 = 16.$$

Ответ: $\frac{N_2}{N_1} = 16$.

6. Фотоны. Фотоэлектрический эффект

6.1 Энергия ε, масса m и импульс p фотона выражаются соответствующими формулами:

$$\varepsilon = \mathrm{h}\nu = \mathrm{h}\frac{\mathrm{c}}{\lambda};$$

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda};$$

$$p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda},$$

где ν – частота излучения; λ – длина волны в вакууме; c – скорость света в вакууме; h – постоянная Планка, $\mathrm{h} = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с.

Единица измерения энергии 1 эВ = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

6.2 Формула Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$\varepsilon = A + T_{max} \quad \text{или} \quad h\nu = A + \frac{m\upsilon_{\max}^2}{2},$$

где ε – энергия фотона, падающего на металл, $\varepsilon = \mathrm{h}\nu$; A – работа выхода электрона из данного металла; T – максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов,

$$T = \frac{m\upsilon_{\max}^2}{2}.$$

6.3 Фотоэффект наблюдается, если $h\nu > A$, и не наблюдается при $h\nu < A$. Равенство $h\nu_0 = A$ определяет "красную" граница фотоэффекта:

$$\nu_0 = A/h; \qquad \lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{hc}{A},$$

где ν_0 – минимальная частота, при которой еще возможен фотоэффект в данном металле; λ_0 – максимальная длина волны, соответствующая частоте ν_0.

6.4 Кинетическая энергия фотоэлектронов связана с задерживающей разностью потенциалов $U_з$ следующей зависимостью:

$$T_{max} = eU_з,$$

где e – заряд электрона, $|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

6.5 Максимальная кинетическая энергия электрона в нерелятивистском и релятивистском случаях выражается различными формулами:

- если фотоэффект вызван фотоном, имеющим энергию много меньшую энергии покоя электрона (т.е. $h\nu << m_0c^2 \equiv$ 0,51 МэВ, где m_0 – масса покоя электрона*,* c – скорость света), то можно воспользоваться нерелятивистским выражением для кинетической энергии электрона:

$$\mathrm{T}_{\max} = \frac{1}{2}m_0\upsilon_{\max}^2,$$

- если фотоэффект вызван фотоном, обладающим энергией порядка или больше энергии покоя электрона (т.е. $h\nu \geq m_0c^2 \equiv$ 0,51 МэВ), то следует пользоваться релятивистским выражением для кинетической энергии электрона:

$$\mathrm{T}_{\max} = m_0c^2\left[\frac{1}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}} - 1\right].$$

Пример 8. Определить «красную» границу λ_0 фотоэффекта для цезия, если при облучении поверхности фиолетовым светом длиной волны λ = 400 нм максимальная скорость $\upsilon_{\max}$ фотоэлектронов равна 0,65 Мм/с.

Дано: λ = 400 нм, $\upsilon_{\max}$ = 0,65 Мм/с = $0{,}65 \cdot 10^6$ м/с/; m = $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг, $h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с (данные *m, h, c* взяты из Приложения).
Найти: λ_0.

Решение. При облучении металла светом, длина волны λ_0 которого соответствует «красной» границе фотоэффекта, скорость, а следовательно, и кинетическая энергия фотоэлектронов равны нулю, то есть $h\nu_0 = A$.

Учитывая, что $\nu_0 = c/\lambda_0$, получим:

$$h\frac{c}{\lambda_0} = A, \qquad \lambda_0 = \frac{hc}{A}.$$

Работу выхода для цезия определим из уравнения Эйнштейна:

$$A = h\nu - T_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{m\upsilon_{\max}^2}{2}.$$

Отсюда

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{hc}{\dfrac{hc}{\lambda} - \dfrac{m\upsilon_{\max}^2}{2}}. \qquad (1)$$

Выполним вычисления, подставив в формулу (1) числовые значения величин:

$$\lambda_0 = \frac{6{,}625\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{\dfrac{6{,}625\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{400\cdot 10^{-9}} - \dfrac{9{,}1\cdot 10^{-31}(0{,}65\cdot 10^6)^2}{2}} = 640\cdot 10^{-9}\,\text{м} = 640\ \text{нм}.$$

Ответ: λ_0 = 640 нм.

7. Эффект Комптона

7.1 Изменение длины волны фотона $\Delta\lambda$ при рассеянии его на свободном электроне в металле на угол θ определяется:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{\mathrm{h}}{\mathrm{m}_0 c}(1-\cos\theta) \qquad \text{или} \qquad \Delta\lambda = \frac{2\mathrm{h}}{\mathrm{m}_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2},$$

где m_0 – масса электрона отдачи; λ, λ' – длины волн фотона до и после рассеяния соответственно; c – скорость света в вакууме.

7.2 Импульс фотона:

$$p_\phi = \mathrm{m}_\phi c = \frac{\mathrm{h}\nu}{\mathrm{c}} = \frac{\varepsilon}{c} = \frac{\mathrm{h}}{\lambda}.$$

7.3 Комптоновская длина волны:

$$\Lambda = \frac{\mathrm{h}}{\mathrm{m}_0 c}.$$

При рассеянии фотона на электроне Λ = 2,436 пм.

7.4 Энергия покоя электрона:

$$E_0 = m_0 c^2 = 0{,}511\ \text{МэВ}.$$

7.5 При комптоновском рассеянии закон сохранения имеет вид:

$$\varepsilon = \varepsilon' + T$$

где ε, $\varepsilon^{'}$ - энергии фотона до и после рассеивания соответственно, T - кинетическая энергия электронов отдачи.

Если эффект Комптона вызван фотоном, имеющим энергию много меньшую энергии покоя электрона, то можно пользоваться нерелятивисткким выражением для кинетической энергии. В противном случае следует пользоваться формулами релятивистской механики.

Пример 9. Фотон с энергией 0,500 МэВ рассеялся на свободном электроне под углом 60^0. Найти энергию рассеянного фотона, кинетическую энергию и импульс электрона отдачи.

Дано: $\varepsilon = 0{,}500$ МэВ, $\theta = 60^0$, $E_0 = 0{,}511$ МэВ (энергия покоя электрона).

Найти: ε', T, $\left|\vec{P}_э\right|$.

Решение. 1. Энергию рассеянного фотона найдем, воспользовавшись формулой Комптона:

$$\lambda' - \lambda = \frac{\mathrm{h}}{\mathrm{m}_0 c}(1-\cos\theta). \qquad (1)$$

Выразим длины волн через энергии фотона:

$$\varepsilon = \mathrm{h}\nu = \mathrm{h}\frac{\mathrm{c}}{\lambda}; \qquad \lambda = \frac{hc}{\varepsilon}; \qquad \lambda' = \frac{hc}{\varepsilon'}. \qquad (2)$$

Подставив выражения для длин волн (2) в (1), получим:

$$\frac{hc}{\varepsilon'} - \frac{hc}{\varepsilon} = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta).$$

Разделим обе части этого равенства на hc:

$$\frac{1}{\varepsilon^{'}} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1-\cos\theta}{m_0 c^2}.$$

Обозначив энергию покоя электрона m_0c^2 через E_0, получим:

$$\varepsilon^{'} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon / E_0(1-\cos\theta)+1}.$$

Подставим числовые значения энергий фотона и электрона, выполним вычисления:

$$\varepsilon^{'} = \frac{0{,}500}{\frac{0{,}500}{0{,}511}(1-\frac{1}{2})+1} = 0{,}335 \text{ МэВ}$$

1. Кинетическую энергию электрона отдачи T определим из закона сохранения энергии:

$$\varepsilon = \varepsilon^{'} + T$$

Отсюда выразим $T = \varepsilon - \varepsilon^{'}$ и подставим числовые значения, получим:

$$T = 0{,}500 - 0{,}335 = 0{,}165 \text{ МэВ}.$$

2. Импульс электрона отдачи найдем из закона сохранения импульса (рис. 9):

$$\vec{p} = \vec{p}\,' + \vec{p}_э ,$$

где $\vec{p}$ и $\vec{p}\,'$ – импульсы падающего и рассеянного фотонов; $\vec{p}_э$ – импульс электрона отдачи.

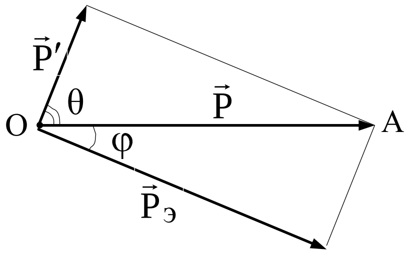

Рис. 9

Модули импульсов фотонов выразим через их энергии:

$$p = \frac{\varepsilon}{c}; \qquad p' = \frac{\varepsilon'}{c}.$$

Зная p, p' и угол θ (рис. 9), можно определить $p_э$ по теореме косинусов:

$$p_э = \sqrt{p^2 + p'^2 - 2pp'\cos\theta} = \frac{1}{c}\sqrt{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2 - 2\varepsilon\varepsilon'\cos\theta}.$$

Выполним вычисления, подставив числовые значения в единицах СИ

(1 МэВ = =1,6·10^{-13} Дж):

$$p_э = \frac{1{,}6\cdot 10^{-13}}{3\cdot 10^8}\sqrt{0{,}5^2 + 0{,}335^2 - 2\cdot 0{,}5\cdot 0{,}335\frac{1}{2}} = 0{,}235\cdot 10^{-21} \text{ кг·м/с}.$$

Проверим размерность:

$$[p] = \frac{\text{Дж}}{\text{м/с}} = \frac{\text{Дж}\cdot\text{с}}{\text{м}} = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2\cdot\text{с}}{\text{с}^2\cdot\text{м}} = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}.$$

Для определения направления импульса рассеянного фотона найдем угол φ (рис. 9).

По теореме синусов:

$$\frac{p'}{\sin\varphi} = \frac{p_э}{\sin\theta},$$

отсюда

$$\sin\varphi = (p'/p_э)\sin\theta .$$

Заменив импульс рассеянного фотона соотношением $p' = \frac{\varepsilon'}{c}$, получим:

$$\sin\varphi = \frac{\varepsilon'}{c\cdot p_э}\cdot\sin\theta .$$

Вычислим $\sin\varphi$:

$$\sin\varphi = \frac{0{,}335\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot\sqrt{3}}{3\cdot 10^8\cdot 0{,}235\cdot 10^{-21}\cdot 2} = 0{,}660; \; \varphi = 41^0.$$

Ответ: ε' = 0,335 МэВ; T = 0,165 МэВ; $p_э = 0{,}235 \cdot 10^{-21}$ кг·м/с; φ = 41^0.

8. Давление света

8.1 Давление, производимое светом при нормальном падении:

$$p = \frac{E_e}{c}(1+\rho),$$

$$p = w(1+\rho),$$

где E_e – облученность поверхности ($E_e = \frac{\Delta W}{\Delta t \cdot S_n}$ - энергия всех фотонов, падающих на единицу площади за единицу времени); c – скорость распространения электромагнитного излучения в вакууме; ρ – коэффициент отражения; w – объемная плотность энергии излучения ($w = \frac{\Delta W}{\Delta V}$).

8.2 Количество лучистой энергии ΔW, падающей на поверхность S_n за время Δt:

$$\Delta W = E_e S_n \Delta t = \Phi_e \Delta t = N \cdot \varepsilon,$$

где S_n – площадь поверхности, перпендикулярной к потоку энергии; Φ_e – поток лучистой энергии; N – число фотонов, падающих на поверхность S_n за время Δt; ε – энергия одного фотона.

8.3 Объемная плотность энергии излучения:

$$w = n\varepsilon,$$

где n – концентрация фотонов в пучке ($n = \frac{N}{V}$), ε – энергия одного фотона.

Пример 10. Пучок параллельных лучей монохроматического света с длиной волны λ = 663 нм падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток излучения Φ_e=0,6 Вт. Определить: 1) силу давления F, испытываемую этой поверхностью; 2) число фотонов ΔN, ежесекундно падающих на поверхность.

Дано: λ = 663 нм = $663 \cdot 10^{-9}$ м; Φ_e = 0,6 Вт; ρ = 1; поток падает нормально к поверхности, $S_n = S$.

Найти: F; ΔN.

Решение. 1. Определяем силу светового давления F на поверхность S:

$$F = pS. \qquad (1)$$

Световое давление p можно найти по формуле:

$$p = \frac{E_e}{c}(1+\rho). \qquad (2)$$

Подставляя формулу (2) в формулу (1), получим:

$$F = \frac{E_e S}{c}(1+\rho) \qquad (3)$$

Произведение E_e на S есть величина, численно равная энергии, падающей на данную площадку в единицу времени, то есть поток излучения Φ_e равен

$$\Phi_e = E_e S.$$

С учетом этого формула (3) примет вид:

$$F = \frac{\Phi_e}{c}(1+\rho).$$

Вычислим силу давления F (значение скорости света в вакууме берем из Приложения , $c = 3\cdot 10^8$ м/с):

$$F = \frac{0{,}6}{3\cdot 10^8}(1+1) = 4\cdot 10^{-9} \text{ Н}.$$

1. Произведение энергии ε одного фотона на число фотонов, падающих на поверхность в единицу времени, равно потоку энергии света, падающему на данную поверхность:

$$\Delta N\cdot\varepsilon = \Phi_e.$$

Так как $\varepsilon = h\nu = h\dfrac{c}{\lambda}$, то $\Phi_e = \Delta N h\dfrac{c}{\lambda}$.

Отсюда

$$\Delta N = \frac{\Phi_e \lambda}{hc}.$$

Подставляем числовые значения (значения постоянной Планка берем из Приложения, $h = 6{,}63\cdot 10^{-34}$ Дж$\cdot$с):

$$\Delta N = \frac{0{,}6\cdot 663\cdot 10^{-9}}{6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8} = 2\cdot 10^{18} \text{ с}^{-1}.$$

Проверим размерность:

$$[\Delta N] = \frac{\text{Вт}\cdot\text{м}}{\text{Дж}\cdot\text{с}\cdot\text{м/с}} = \text{с}^{-1}.$$

Ответ: $F = 4\cdot 10^{-9}$ Н, $\Delta N = 2\cdot 10^{18}$ с$^{-1}$.

Задачи к контрольной работе №4

Контрольная работа включает решение девяти задач. Вариант контрольной работы выбирается по последней цифре шифра, номера задач – по таблице. Справочные данные приведены в Приложении.

Вариант	Номера задач								
1	1;	11;	21;	31;	41;	51;	61;	71;	81;
2	2;	12;	22;	32;	42;	52;	62;	72;	82;
3	3;	13;	23;	33;	43;	53;	63;	73;	83;
4	4;	14;	24;	34;	44;	54;	64;	74;	84;
5	5;	15;	25;	35;	45;	55;	65;	75;	85;
6	6;	16;	26;	36;	46;	56;	66;	76;	86;
7	7;	17;	27;	37;	47;	57;	67;	77;	87;
8	8;	18;	28;	38;	48;	58;	68;	78;	88;
9	9;	19;	29;	39;	49;	59;	69;	79;	89;
0	10;	20;	30;	40;	50;	60;	70;	80;	90;

1.Жесткость пружины рессоры вагона k=5·10^5 Н/м. Масса вагона грузом 4·10^4 кг. Вагон имеет четыре рессоры. При какой скорости вагон начнет максимально раскачиваться вследствие удара колес о стыки рельс, если длина рельса 12 м?

2.Однородный стержень длиной 30 см колеблется около горизонтальной оси, перпендикулярной оси стержня и проходящей через один из его концов. Определить приведенную длину и период колебаний такого маятника.

3.Амплитуда колебаний математического маятника длиной 2 м уменьшилась в два раза за 10 минут. Определить логарифмический декремент затухания.

4.Складываются два взаимно перпендикулярных колебания, выражаемых уравнениями x=2sin $\pi\, t$; y=2cos $\pi\, t$ (смещение в сантиметрах, время в секундах). Найти уравнение траектории $y=f(x)$, изобразить график траектории.

5.Максимальная скорость точки, совершающей гармонические колебания равна 10 см/с, максимальное ускорение 100 см/с^2. Найти период и амплитуду колебаний.

6.Диск радиусом 24 см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска. Определить приведенную длину и период колебаний такого маятника.

7.Тонкий однородный стержень длиной 1 м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной стержню и отстоящей на расстоянии 20 см от его середины. Определить период колебаний стержня.

8.Материальная точка массой 0,1 г совершает гармонические колебания с амплитудой 2 см и периодом 2 с. Начальная фаза колебаний равна нулю. Написать уравнение этих колебаний и определить максимальное значение скорости, а также максимальную силу, действующую на точку.

9.Материальная точка участвует в двух колебаниях, происходящих по одной прямой и выражаемых уравнениями x_1=cos t; x_2=2cos t (смещение в сантиметрах, время в секундах). Найти амплитуду A результирующего колебания, его частоту ν и начальную фазу φ_0. Написать уравнение движения.

10.Материальная точка массой 0,01 кг совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид x=0,05sin6πt (смещение в сантиметрах, время в секундах). Найти возвращающую силу в момент времени t=5 с, а также максимальную кинетическую энергию точки.

11.Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 5{,}0$ мГн и конденсатора емкостью C=0,2 мкФ. При каком логарифмическом декременте и омическом сопротивлении цепи энергия уменьшится в 10 раз за три полных колебания?

12.Скорость звука в некотором газе при нормальных условиях $\upsilon = 308\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Плотность газа $\rho = 1{,}78\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Определить отношение $\frac{C_p}{C_V}$ для данного газа.

13.Плоская синусоидальная волна распространяется вдоль прямой, совпадающей с положительным направлением оси x в среде, не поглощающей энергию, со скоростью υ=10 м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях x_1=7 м и x_2=10 м от источника колебаний, колеблются с разностью фаз $\Delta\varphi$ =3π/5. Амплитуда волны A=5 см. Определить: 1) длину волны λ; 2) записать уравнение волны; 3) смещение ζ второй точки в момент времени t=2 с.

14.Точка совершает гармонические колебания, уравнение которых имеет вид x=5 sin 2 t. В момент, когда на точку действовала возвращающая сила F=5·10^{-3} Н, точка обладала потенциальной энергией $E_П$ =10^{-4} Дж. Найти этот момент времени t и соответствующую ему фазу колебания φ.

15.От источника колебаний распространяются волны вдоль прямой линии. Амплитуда колебаний A=10 см. Как велико смещение точки, удаленной от источника на ¾ длины волны в момент, когда от начала колебаний источника прошло время 0,9 периода колебаний?

16.В вакууме вдоль оси x распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны составляет 50 мВ/м. Определить интенсивность волны I, т.е. среднюю энергию, проходящую через единицу площади поверхности, перпендикулярной оси x, в единицу времени.

17.Звуковые колебания с частотой ν=450 Гц и амплитудой A=0,3 мм распространяются в упругой среде. Длина волны λ=80 см. Определить: 1) скорость распространения волн; 2) максимальную скорость частиц среды.

18.Найти графически амплитуду A колебаний, которые возникают при сложении колебаний одного направления:
x_1=3,0 cos$(\omega\ t+\pi/3)$; x_2=8,0 sin$(\omega\ t+\pi/6)$.

19.Две точки находятся на расстоянии Δx=50 см друг от друга на прямой, вдоль которой распространяется волна со скоростью υ=5 м/с. Период колебаний равен 0,05 с. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний в этих точках.

20.Тело массой m=0,6 кг, подвешенное к пружине жесткостью k=30 н/м, совершает в некоторой среде упругие колебания. Логарифмический декремент колебаний Λ=0,01. Определить: 1) время, за которое амплитуда уменьшится в 3 раза; 2) число N полных колебаний, которые должна совершить гиря, чтобы произошло подобное уменьшение амплитуды.

21.На мыльную пленку (n = 1,3), находящуюся в воздухе, падает под углом 30^0 параллельный пучок лучей белого света. При наблюдении в отраженном свете пленка представляется зеленой (λ = 500 нм). Определить минимальную толщину пленки.

22.На стеклянную пластинку (n_1= 1,5) нанесен тонкий слой вещества (n_2=1,4). Пластинка освещается пучком параллельных лучей (λ= 0,56 мкм), падающих на пластинку нормально. Какую толщину должен иметь слой, чтобы отраженные лучи имели наименьшую яркость?

23.На тонкий стеклянный клин (n = 1,5) падает нормально параллельный пучок света (λ = 600 нм). Определить угол между поверхностями клина, если расстояние между темными интерференционными полосами в отраженном свете равно 4,0 мм.

24.Плосковыпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны 10 м положена на стеклянную пластинку и пространство между ними заполнено жидкостью. Определить показатель преломления жидкости, если в проходящем свете с длиной волны 0,60 мкм радиус шестого светлого кольца равен 4,9 мм. Чему будет равен радиус этого кольца, если между линзой и пластинкой будет воздушный зазор?

25.На стеклянную пластинку положена выпуклой стороной плосковыпуклая линза. Сверху линза освещена монохроматическим светом с длиной волны λ = 589 нм. Диаметр пятого темного кольца Ньютона в отраженном свете равен 8,0 мм. Определить оптическую силу линзы и толщину слоя воздуха там, где видно пятое темное кольцо.

26.На стеклянный клин (n = 1,5) падает нормально монохроматический свет с длиной волны λ = 660 нм. С какой наименьшей толщины клина будут видны интерференционные полосы? Определить угол клина, если линейное расстояние между темными полосами 5,6 мм.

27.Плосковыпуклая линза с оптической силой 1 дптр положена выпуклой стороной на плоскую поверхность стеклянной пластины. Система освещается светом с длиной волны λ = 600 нм, падающим нормально к плоской поверхности линзы. Определить расстояние между третьим и четвертым светлыми кольцами Ньютона, наблюдаемыми в отраженном свете.

28.Какова толщина воздушного зазора между плосковыпуклой линзой и плоской стеклянной пластинкой в том месте, где наблюдается шестое светлое кольцо Ньютона в проходящем свете? На систему падает свет с длиной волны 580 нм. В каком свете – отраженном или проходящем – более отчетливо видны кольца?

29.Две плоскопараллельные стеклянные пластинки образуют клин с углом $\alpha = 30''$. Пространство между пластинками заполнено жидкостью (n=1,4). На клин нормально к его поверхности падает пучок монохроматического света с длиной волны λ = 500 нм. В отраженном свете наблюдается интерференционная картина. Какое число темных интерференционных полос приходится на 1 см длины клина?

30.На стеклянную пластинку (n=1,5) падает нормально пучок белого света. Какова минимальная толщина пластинки, если в отраженном свете она представляется зеленой (λ=510 нм)?

31.Узкая щель шириной 0,1 мм освещена монохроматическим светом (λ=0,5 мкм) и рассматривается наблюдателем, находящимся за щелью. Что видит глаз наблюдателя, если луч зрения образует с нормалью к плоскости щели угол $17'$?

32.Дифракционная решетка освещена белым светом, падающим нормально. Спектры второго и третьего порядка частично накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре третьего порядка накладывается середина желтой части спектра второго порядка, соответствующая длине волны 575 нм?

33.На дифракционную решетку, содержащую 100 штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет. Зрительная труба спектрометра наведена на спектр второго порядка. Чтобы навести трубу на другой спектр второго порядка, ее нужно повернусь на угол 14^0. Определить длину световой волны.

34.Параллельный пучок лучей (λ = 600 нм) падает нормально на непрозрачную пластинку со щелью шириной 0,10 мм. Найти ширину центрального максимума (расстояние между двумя минимумами первого порядка) на экране, поставленном на расстоянии 1,0 м от пластинки.

35.На дифракционную решетку, содержащую 400 штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет (λ=600 нм). Найти общее число дифракционных максимумов, которое дает эта решетка. Определить угол отклонения последнего максимума.

36.На дифракционную решетку нормально к ее плоскости падает свет от газоразрядной трубки. При повороте трубы спектроскопа на угол $\alpha = 34^0$ от первоначального направления падающих на решетку лучей оказалось, что линии с длиной волны λ_1=700 нм и λ_2=400 нм совпадают. Определить период решетки и порядок спектров, к которым относятся эти линии.

37.Перед объективом фотокамеры установлена дифракционная решетка с периодом 2 мкм. На решетку падает нормально пучок лучей белого света. Определить длину спектра первого порядка на фотоснимке, если фокусное расстояние объектива 20 см и пленка чувствительна к лучам с длиной волны от 310 до 680 нм.

38.На дифракционную решетку, содержащую n = 600 штрихов на миллиметр, падает нормально белый свет. Спектр проецируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить длину спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана L = 1,2 м, границы видимого спектра λ_1 =780 нм, λ_2= 400 нм.

39.На дифракционную решетку нормально к ее поверхности падает монохроматический свет. Постоянная дифракционной решетки в n = 4,6 раза больше длины световой волны. Найти общее число дифракционных максимумов, которые теоретически можно наблюдать в данном случае.

40.На щель в пластинке падает нормально плоская монохроматическая волна (λ = 550 нм). На экране, находящемся от щели на расстоянии 2,0 м, наблюдают дифракционную картину. Определить расстояние между вторыми дифракционными максимумами. Ширина щели равна 10 мкм.

41.На скрещенные николи направлен монохроматический свет. Когда между николями поместили пластинку кварца толщиной 3 мм, поле зрения стало максимально светлым. Определить постоянную вращения кварца для монохроматического света.

42.Световой поток последовательно проходит через два николя, главные плоскости которых образуют между собой угол 50^0. Принимая, что в каждом николе теряется 10% падающего на него потока света, найти, во сколько раз интенсивность света, выходящего из второго николя, изменится по сравнению с интенсивностью света, падающего на первый николь.

43.В опыте с двумя николями потери потока света в поляризаторе и анализаторе соответственно равны 8 и 10%. Угол между главными плоскостями николей равен 30^0. Определить, во сколько раз изменилась интенсивность света после прохождения поляризатора, анализатора. Сделать схему опыта.

44.Между двумя николями установлена кварцевая пластинка толщиной 1 мм. На поляризатор падает монохроматический зеленый свет (λ=527 нм). Какой угол между главными плоскостями николей нужно установить, чтобы интенсивность света после прохождения через николи уменьшилась в 10раз? Поглощением света в николях и кварцевой пластинке пренебречь. Постоянная вращения кварца равна 27 град/мм.

45.На поверхность диэлектрика падает луч света. Угол преломления луча равен 25^0, а отраженный луч при этом полностью поляризован. Определить скорость света в диэлектрике, его показатель преломления. Сделать чертеж.

46.Луч света переходит из воды в алмаз так, что луч, отраженный от границы раздела этих сред, оказывается максимально поляризованным. Определить угол между падающим и преломленным лучами и отношение скоростей света в алмазе и воде ($n_{вод}$ = 1,33 ; $n_{ал}$= 2,42).

47.Пластинку кварца толщиной d_1 = 2 мм, вырезанную перпендикулярно оптической оси, поместили между параллельными николями, в результате чего плоскость поляризации света повернулась на угол φ = 53^0. Определить толщину d_2 пластинки, при которой данный монохроматический свет не проходит через анализатор.

48.Пучок естественного света падает на стеклянный шар (n = 1,54). Найти угол α между преломленным и падающим пучками в точке A, если отраженный луч полностью поляризован (рис. 11).

49.Определить коэффициент удельного вращения оптически активного вещества, если при введении его между двумя николями (главные плоскости которых параллельны) интенсивность света, выходящего из анализатора уменьшилась в 5 раз. На поляризатор направлен монохроматический красный луч (λ =656 нм). Толщина слоя оптически активного вещества 3,67 мм.

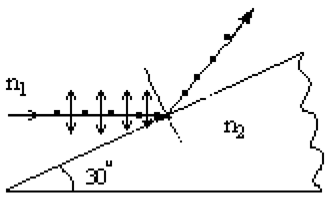

Рис. 10

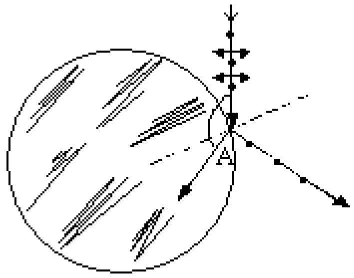

Рис. 11

50.Алмазная призма (n_2 = 2,42) находится в некоторой среде с показателем преломления n_1. Пучок естественного света падает на призму так, как показано на рис. 10. Определить показатель преломления среды, если отраженный пучок максимально поляризован.

51.Температура тела равна 727°С. Определить, на сколько градусов изменится температура тела, если длина волны, отвечающая максимуму энергии в спектре излучения абсолютно черного тела увеличится на 0,4 мкм.

52.Поток энергии, излучаемый абсолютно черным телом, равен 1,0 кВт. Максимум спектральной плотности излучательности приходится на длину волны 1,45 мкм. Определить площадь излучающей поверхности.

53.Принимая коэффициент черноты a_T угля при температуре 600 К равным 0,8, определить: 1) излучательность R_e угля; 2) энергию, излучаемую с поверхности угля площадью 5 см^2 за время 10 мин.

54.При увеличении термодинамической температуры абсолютно черного тела в два раза длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности излучательности, уменьшилась на $\Delta\lambda$ = 400 нм. Определить начальную и конечную температуру T_1, и T_2.

55.Максимальная спектральная плотность излучательности абсолютно черного тела равна $4{,}16\cdot10^{11}$ Вт/м^3. На какую длину волны она приходится?

56.Температура абсолютно черного тела изменилась при нагревании от 1327^{0}C до 1727^{0}C. На сколько изменилась, при этом, длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности излучательности, и во сколько раз увеличилась максимальная спектральная плотность излучательности?

57.Эталон единицы силы света (кандела) представляет собой полный (излучающий волны всех длин) излучатель, поверхность которого площадью 0,5305 мм^2 имеет температуру затвердевания платины 1063^{0}C. Определить мощность излучателя.

58.Стальная болванка, температура которой 727^{0}C излучает за одну секунду 4 Дж энергии с поверхности 1 см^2. Определить коэффициент черноты болванки при данной температуре, считая, что он одинаков для всех длин волн.

59.Площадь поверхности вольфрамовой нити накала 25-ваттной вакуумной лампы равна 0,403 см^2, а ее температура накала 2177^{0}C. Во сколько раз меньше излучает энергии лампа, чем абсолютно черное тело такой же поверхности и при той же температуре? Считать, что при установлении равновесия вся выделяющаяся в нити теплота теряется лучеиспусканием.

60.Абсолютно черное тело имеет форму шара с радиусом, равным 1,0 см. Чему должен быть равен радиус другой шарообразной излучающей поверхности абсолютно черного тела, если мощности их излучения одинаковы, а температура первого излучателя составляет 2/3 от температуры второго излучателя?

61.Какая доля энергии фотона расходуется на работу выхода электрона, если красная граница фотоэффекта составляет 307 нм, кинетическая энергия фотоэлектрона 1,0 эВ?

62.Работа выхода фотоэлектронов с поверхности металлической пластины составляет 3,0 эВ. Определить длину волны монохроматического света, падающего на эту пластинку, если фотоэффект прекращается при задерживающей разности потенциалов 1,1 В.

63.Фотон с длиной волны 0,23 мкм вырывает с поверхности натрия фотоэлектрон, кинетическая энергия которого равна 3,0 эВ. Определить работу выхода и красную границу фотоэффекта.

64.На поверхность металла падают монохроматические лучи с длиной волны λ = 150 нм. Красная граница фотоэффекта λ_0 = 200 нм. Какая доля энергии фотона расходуется на сообщение электрону кинетической энергии?

65.На поверхность лития падает монохроматический свет (λ=310 нм). Чтобы прекратить эмиссию электронов, нужно приложить задерживающую разность потенциалов не менее 1,7 В. Определить работу выхода электрона.

66.Монохроматический свет, падающий на цезиевую пластинку, выбивает из нее фотоэлектроны, которые при выходе из пластинки имеют кинетическую энергию, равную 2,0 эВ. Определить длину волны падающего света ($A_{вых}$ = 2,0 эВ для цезия).

67.Красная граница фотоэффекта для цезия равна 620 нм. Определить кинетическую энергию и скорость фотоэлектронов при освещении цезия монохроматическим светом с длиной волны 0,505 мкм.

68.Для прекращения фотоэффекта, вызванного облучением ультрафиолетовым светом платиновой пластинки, нужно приложить задерживающую разность потенциалов U_1 = 3,7 В. Если платиновую пластинку заменить другой пластинкой, то задерживающую разность потенциалов придется увеличивать до 6,0 В. Определить работу выхода электронов о поверхности этой пластины ($A_{вых}$ = 6,3 эВ для платины).

69.Кванты света, соответствующие длине волны 0,2 мкм, падают на цинковую пластинку. Определить максимальный импульс вылетающих электронов ($A_{вых}$ = 4 эВ для цинка).

70.Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта равна 600 нм и кинетическая энергия фотоэлектрона 3,0 эВ?

71.Определить импульс электрона отдачи при эффекте Комптона, если фотон с энергией, равной энергии покоя электрона, был рассеян на угол 180^0?

72.Рентгеновские лучи (λ = 20 нм) рассеиваются электронами, которые можно считать практически свободными. Определить максимальную длину волны рентгеновских лучей в рассеянном пучке.

73.Какая доля энергии фотона приходится при эффекте Комптона на электрон отдачи, если рассеивание фотона происходит на угол $\pi/2$? Энергия фотона до рассеивания 0,51 МэВ.

74. Фотон с энергией 0,25 МэВ рассеялся на свободном электроне. Энергия рассеянного фотона равна 0,2 МэВ. Определить угол рассеяния.

75.Фотон с энергией 0,40 МэВ рассеялся под углом 90^0 на свободном электроне. Определить энергию рассеянного фотона и кинетическую энергию электрона отдачи.

76.Какая доля энергии фотона при эффекте Комптона приходится на электрон отдачи, если фотон претерпел рассеяние на угол 180^0? Энергия фотона до рассеяния 0,255 МэВ.

77.В результате эффекта Комптона на свободных электронах фотон с энергией 1,02 МэВ был рассеян на угол 150^0. Определить энергию рассеянного фотона.

78.Фотон с энергией 0,51 МэВ был рассеян при эффекте Комптона на свободном электроне на угол 180^0. Определить кинетическую энергию электрона отдачи.

79.Определить угол, на который был рассеян γ – квант с энергией 1,53 МэВ при эффекте Комптона, если кинетическая энергия электрона отдачи 0,51 МэВ.

80.Фотон при эффекте Комптона на свободном электроне был рассеян на угол 90^0. Определить импульс, приобретенный электроном, если энергия фотона до рассеяния была 1,02 МэВ.

81.Параллельный пучок монохроматического света (λ = 662 нм) падает на зачерненную поверхность и производит на нее давление p = 0,3 мкПа. Определить концентрацию n фотонов в световом пучке.

82.Монохроматическое излучение с длиной волны λ = 500 нм падает нормально на плоскую зеркальную поверхность и давит на нее с силой F=10 нН. Определить число N фотонов, ежесекундно падающих на эту поверхность.

83.Давление p монохроматического света (λ = 600 нм) на черную поверхность, расположенную перпендикулярно падающим лучам, равно 0,1 мкПа. Определить число N фотонов, падающих за время t = 1 с на поверхность площадью S = 1 см^2.

84.Поток энергии Φ_e, излучаемый электрической лампой, равен 600 Вт. На расстоянии r = 1 м от лампы перпендикулярно падающим лучам расположено круглое плоское зеркальце диаметром d = 2 см. Принимая, что излучение лампы одинаково во всех направлениях и зеркальце полностью отражает падающий на него свет, определить силу F светового давления на зеркальце.

85.На зеркальную поверхность площадью S = 6 см^2 падает нормально поток излучения Φ_e = 0,8 Вт. Определить давление р и силу давления света F на эту поверхность.

86.Свет с длиной волны λ = 600 нм нормально падает на зеркальную поверхность и производит на нее давление p = 4 мкПа. Определить число N фотонов, падающих за время t = 10 с на площадь S = 1 мм^2 этой поверхности.

87.Определить энергетическую освещенность (облученность) E_e зеркальной поверхности, если давление, производимое излучением, p=40 мкПа. Лучи падают нормально к поверхности.

88.Давление р света длиной волны λ = 400 нм, падающего нормально на черную поверхность, равно 2 нПа. Определить число N фотонов, падающих за время t = 10 с на площадь S = 1 мм^2 этой поверхности.

89.Определить коэффициент ρ отражения поверхности, если при энергетической освещенности E_e = 120 Вт/м^2 давление p света на нее оказалось равным 0,5 мкПа.

90.Давление света, производимое на зеркальную поверхность, p=4 мПа. Определить концентрацию n фотонов вблизи поверхности, если длина волны λ света, падающего на поверхность, равна 0,5 мкм.

Приложение

Некоторые физические постоянные

Скорость света в вакууме	$c = 2{,}998 \cdot 10^{8}$ м/с (точно)
Гравитационная постоянная	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-3}$ м^3/кг $\cdot$ с^2
Постоянная Авогадро	$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ 1/моль
Элементарный заряд	$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса электрона, Энергия покоя электрона	$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг $E_0 = 0{,}511$ МэВ
Масса протона, Энергия покоя протона	$m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг $E_0 = 938$ МэВ
Постоянная Планка	$h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с $\hbar = 1{,}055 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с
Постоянная Стефана-Больцмана	$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м$^2 \cdot$ К^4
Первая постоянная Вина Вторая постоянная Вина	$b = 2{,}90 \cdot 10^{-3}$ м $\cdot$ К $c' = 1{,}30 \cdot 10^{-5}$ Вт/м$^3 \cdot$ К^5
Комптоновская длина волны электрона	$\Lambda = 2{,}436 \cdot 10^{-12}$ м
Постоянная Пидберга	$R = 1{,}097 \cdot 10^{7}$ 1/м
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м $1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^{9}$ м/Ф
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м $\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}$ Гн/м

Рекомендуемая литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики: том 4: Волны и оптика – М.: Астрель АСТ, 2001
2. Трофимова Т.И. Курс физики.- М.: Высшая школа, 1999.-432с.
3. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. - М.: Высшая школа., 1989.-607с.
4. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Сборник задач по физике. – Изд. 7, М.: Высшая школа, 1999

Оглавление

Рекомендации к выполнению контрольной работы 3

1. Колебания и волны 4
2. Интерференция света 16
3. Дифракция света 19
4. Поляризация света 20
5. Законы теплового излучения 22
6. Фотоны. Фотоэлектрический эффект 24
7. Эффект Комптона 26
8. Давление света 29

Задачи к контрольной работе № 4 31

Приложение 41

Рекомендуемая литература 42

Филимоненкова Людмила Васильевна

ОПТИКА

Методические указания
к выполнению контрольного задания №4
для студентов заочного факультета
инженерно-технических специальностей

Компьютерная верстка Т.М. Филина