334:2

Для вектора $\mathbf{A} = (x^2 - y^2)\mathbf{i} + 2xy\mathbf{j}.$

а) Найти $\nabla \times \mathbf{A}.$

б) Оценить $\iint (\nabla \times \mathbf{A}) \cdot d\sigma$ по прямоугольнику в плоскости (x, y) ограниченной линиями $x = 0,\ x = a,\ y = 0,\ y = b.$

в) Оценить $\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ вокруг границ прямоугольника и таким образом доказать теорему Стокса для этого случая.

Использовать теорему Стокса или Остроградского Гаусса (выбрать что будет легче для каждого случая) для оценки следующих интегралов.

334:6

$\iint \mathbf{V} \cdot \mathbf{n}\, d\sigma$ по закрытой поверхности цилиндрической банки, ограниченной $x^2 + y^2 = 9,\ z = 0,$ $z = 5,$ если

$\mathbf{V} = 2xy\mathbf{i} - y^2\mathbf{j} + (z + xy)\mathbf{k}.$

334:7

$\iint (\operatorname{curl} \mathbf{V}) \cdot \mathbf{n}\, d\sigma$ по любой поверхности огибающая кривая которой будет лежать на плоскости (x,y), где

$\mathbf{V} = (x - x^2 z)\mathbf{i} + (yz^3 - y^2)\mathbf{j} + (x^2 y - xz)\mathbf{k}.$

334:8

$\iint \operatorname{curl}(x^2 y\mathbf{i} - xz\mathbf{k}) \cdot \mathbf{n}\, d\sigma$

(curl=rot)

по замкнутой поверхности эллипсоида

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1.$$

Теорема Стокса применима только к незамкнутой поверхности.

Подсказка: Возможно ли разрезать поверхность на две половины?