***Задача №4.* ПРИНЦИП ДАЛАМБЕРА**

**Условие задачи. Исходные данные.**

Вертикальный вал АК (рисунки в табл.(2) вращающийся с постоянной угловой скоростью 10 с-1 , закреплен подпятником в точку А и цилиндрическим подшипником в точке, указанной в табл.1 (АВ = BD = DE = EK = *a*). К валу жестко прикреплены невесомый стержень 1 длиной ℓ₁ = 0,4 м с точечной массой m₁ = 6 кг на конце и однородный стержень 2 (ℓ₂ = 0,6 м), имеющий массу m₂ = 4 кг. Оба стержня лежат в одной плоскости. Точки крепления стержней к валу указаны в табл. 1.

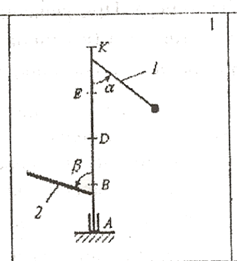
Пренебрегая весом вала, определить реакции подпятника и подшипника. При окончательных расчетах принять *a*= 0,4 м.

Исходные данные к задаче выбираются по табл.1 (вариант исходных данных выбирается по предпоследней цифре учебного шифра).

Схема конструкции выбирается в табл. 2(по последней цифре учебного шифра).

Таблица 1

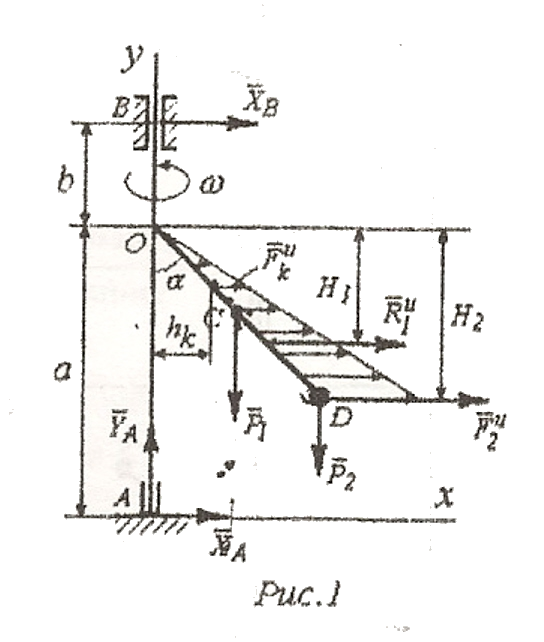
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Места крепления и углы наклона | Предпоследняя цифра учебного шифра | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Подшипник в точке | B | D | E | K | B | D | E | K | D | E |
| Крепление стержня 1 в точке | D | B | D | D | E | K | B | E | E | K |
| Крепление стержня 2 в точке | K | E | B | E | D | B | K | B | K | D |
| ° | 30 | 45 | 60 | 75 | 90 | 30 | 45 | 60 | 75 | 90 |
| ° | 45 | 60 | 75 | 30 | 60 | 45 | 30 | 75 | 60 | 45 |



**Указания.** Задача 4 – на применение к изучению движения системы принципа Даламбера. При решении задачи учесть, что когда силы инерции частиц тела (в данной задаче – стержня 2) имеют равнодействующую u, то численно u = m∙ *a*C , где С – ускорение центра масс С стержня, но линия действия силы u в общем случае не проходит через точку С.

**Пример решения задачи 4.** С невесомым валом АВ, вращающимся с постоянной угловой скоростью , жестко скреплен стержень OD длиной ℓ и массой m₁,

имеющий на конце груз массой m₂ (рис.1). Определить реакции подпятника А и подшипника В.

*Решение.* Для определения искомых реакций рассмотрим движение механической системы, состоящей из вала АВ, стержня OD и груза, применим принцип Даламбера. Проведем вращающиеся вместе с валом оси Аху так, чтобы стержень лежал в плоскости ху, и изобразим действующие на систему внешние силы: силы тяжести ₁, ₂, составляющие А , А реакции подпятника и реакцию В подшипника.

Согласно принципу Даламбера присоединим к этим силам силы инерции элементов стержня и груза, считая груз материальной точкой. Так как вал вращается равномерно ( = const), то элементы связанной с ним системы тел (наклонный стержень и груз на его конце) имеют только нормальные ускорения nk, направленные к оси вращения. Численно nk = ²∙hk, где hk – расстояние элемента от оси. Тогда силы инерции , будут направлены от оси вращения и численно = ∙nk =∙²∙hk, где - масса элемента. Поскольку все пропорциональны hk , то опора этих параллельных сил образует треугольник и их можно заменить равнодействующей , линия действия которой проходит через центр тяжести этого треугольника, т.е. на расстоянии Н₁ от вершины О, где Н₁ = Н₂ (Н₂ = ℓ∙cos ).

Но, как известно, равнодействующая любой системы сил равна ее главному вектору, а численно главный вектор сил инерции стержня = m₁∙ *a*C, где *a*C – ускорение центра масс стержня. При этом, как и для любого элемента стержня, *a*C = *a*Cn = ²∙hС = ²∙ОС∙ sin (ОС = ½). В результате получим: = m₁∙² sin = 13,5 Н.

Аналогично для силы инерции = m₂∙² sin = 18 Н.

Так как все действующие силы и силы инерции лежат в плоскости ху, то реакции подпятника А и подшипника В тоже лежат в этой плоскости, что было учтено при их изображении.

По принципу Даламбера приложенные внешние силы и силы инерции образуют уравновешенную систему сил. Составляя для этой произвольной плоской системы уравнения равновесия, получим:

kx = 0; ХА + ХВ + +=0

kу =0; YA - P₁ - P₂ = 0,

(k) = 0; ХА ∙(*а+b*) - P₁ sin - P₂∙ℓ∙ sin + ∙ (Н₁ +b) = 0.

Подставив сюда числовые значения всех заданных и вычисленных величин и решив эту систему уравнений , найдем искомые реакции.

Ответ: ХА = -11,8 Н, YA = 49,1 Н, ХВ = -19,7 Н. Знаки указывают, что силы А и В имеют направления, противоположные показанным на рис. 1.

***Задача №5.* ПРИНЦИП ВОЗМОЖНЫХ**

**ПЕРЕМЕЩЕНИЙ**

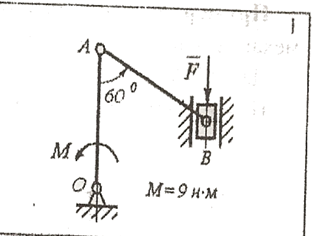
**Условие задачи. Исходные данные.**

В кривошипно- шатунном механизме (табл. 2) к кривошипу ОА приложена пора сил с моментом М, а к ползуну В – сила . Известны длины кривошипа ОА и шатуна АВ (табл. 1). Для заданного положения механизма определить силу (табл.2, схемы 0-4) при известной величине момента пары М, или определить момент пары М (табл. 2, схемы 5-9) при известной величине силы в положении равновесия.

Схема механизма выбирается в табл. 2 по последней цифре учебного шифра.

Таблица 1

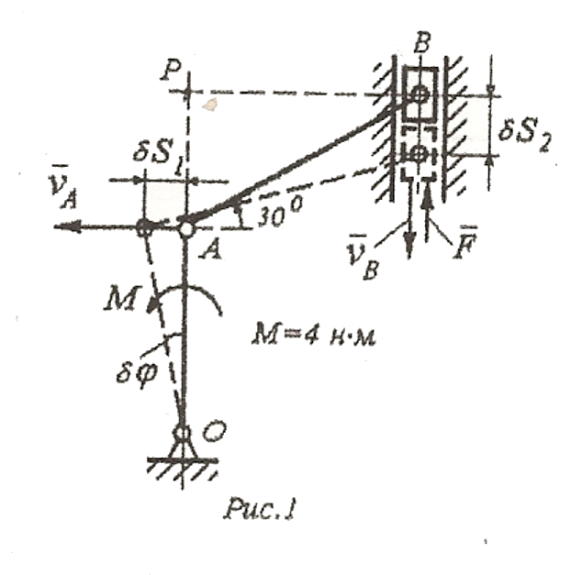
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Длина | Предпоследняя цифра учебного шифра | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| ОА, м | 0,2 | 0,4 | 0,7 | 0,4 | 0,6 | 0,4 | 0,7 | 0,3 | 0,9 | 0,5 |
| АВ, м | 0,5 | 0,6 | 0,9 | 0,8 | 1,1 | 0,7 | 1,2 | 0,8 | 1,3 | 0,7 |



**Пример решения задачи 5.** Схема кривошипно-шатунного механизма показана на рис. 1.

Дано: ОА = 0,3 м; АВ = 0,5 м; М = 4 Н∙м.

Найти: силу в положении равновесия механизма.

Решение. Механизм находится под действием силы и пары сил с моментом М. Наложенные на него связи допускают следующие возможные перемещения: поворот кривошипа ОА на угол и смещение S₂ ползуна В по вертикали. Система имеет одну степень свободы. Уравнение работ, выражающее принцип возможных перемещений, получается в виде:

**Аk = M – ∙S₂ = 0 (1)**

Найдем соотношение между и S₂. Повернув кривошип ОА на угол , обнаруживаем, что шарнир А получил смещение S₁ . При этом

= , где ОА = 0,3 м.

S₁ = VA∙t = (∙PA) = PA

S₂ = VB∙t = (∙PB) = PB

Найдем м.ц.с. для шатуна АВ (это точка Р, см рис. 1)

= = = = = 0,577,

откуда S₁ =0,577∙ S₂

Подставим S₁ в , представленное в (1):

= = , где ОА = 0,3 м.

или  **= = 1,9 S₂ (2)**

Подставив (2) в (1) получим:

М∙1,9 S₂ - ∙S₂ = 0

или (1,9М – ) ∙S₂ = 0

откуда = 1,9М = 1,9∙4 = 7,69 Н.

Ответ: = 7,69 Н.

***Задача №6.* ОБЩЕЕ УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ**

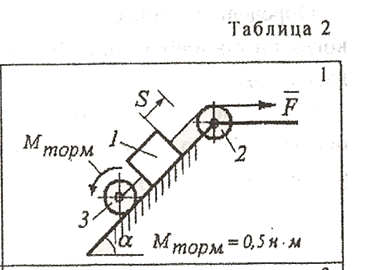
**Условие задачи. Исходные данные.**

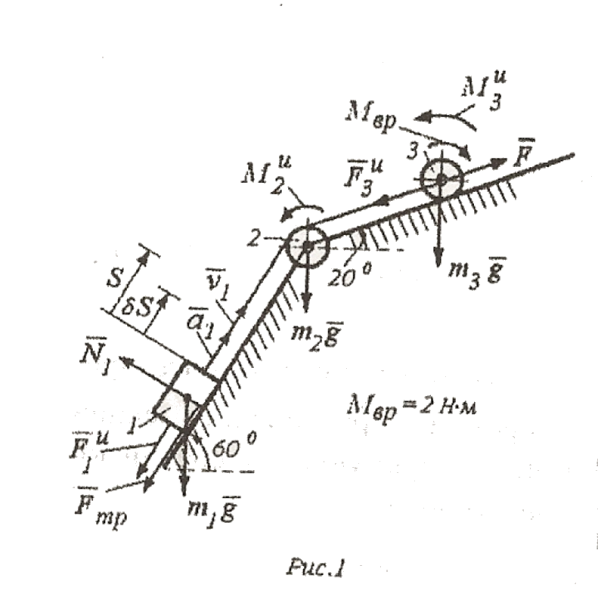
Однородный каток 3 массой m₃ и радиусом R₃ соединен гибкой нерастяжимой нитью с грузом 1 массой m₁. Нить переброшена через блок 2 массой m₂ (блок 2 считать однородным круглым диском). К оси катка 3 (табл. 2, схемы 2,6,7,9), или к грузу 1 (табл. 2, схемы 0,3,4,5,8), или к свободному концу нити (таблица 2, схема 1) приложена постоянная сила . Каток катится без скольжения, коэффициент трения скольжения груза о плоскость f , угол наклона плоскости . К катку приложен тормозящий момент Мторм( табл. 2, схемы 0,1,3,4,5,8) или вращающий момент Мвр( табл. 2, схемы 2,6,7,9); трением в подшипнике блока 2 и трением качения при движении катка 3 пренебречь. Нить параллельна плоскости.

Определить ускорение груза 1, используя общее уравнение динамики.

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Предпоследняя цифра учебного шифра | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| m₁, кг | 1 | 2 | 3 | 5 | 2 | 3 | 4 | 2 | 4 | 3 |
| m₂, кг | 3 | 4 | 5 | 3 | 4 | 5 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| m₃, кг | 4 | 1 | 2 | 1 | 5 | 4 | 3 | 2 | 5 | 2 |
| F, H | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
|  | 30 | 45 | 30 | 60 | 45 | 30 | 45 | 60 | 30 | 60 |
| f | 0,10 | 0,12 | 0,14 | 0,16 | 0,18 | 0,20 | 0,22 | 0,24 | 0,26 | 0,28 |
| R₃, м | 0,3 | 0,1 | 0,6 | 0,4 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,4 | 0,6 | 0,2 |
| S, м | 2 | 3 | 1,5 | 4 | 2 | 3 | 4 | 2 | 3 | 4 |



**Пример решения задачи 6.** Схема механизма показана на рис. 1. Дано: m₁ = 4 кг; m₂ = 3 кг; m₃ = 5 кг; = 50Н; f = 0,2; R₃ = 0,2 м; Мвр = 2 Н∙м. Найти ускорение тела 1.

**Указания.** Задача 6 – на применение к изучению движения системы общего уравнения динамики (принципа Даламбера – Лагранжа).

Запишем общее уравнение динамики Даламбера – Лагранжа:

**+ = 0 (1)**

сумма элемен- сумма элемен-

тарных работ тарных работ

активных (задан- сил инерции

ных) сил

или

**∙ S∙ cos (, ) + ∙ S∙ cos (, k) = 0** (2)

проекции сумм эле- проекции сумм

ментарных работ элементарных

активных сил работ сил инерции

Система имеет одну степень свободы.

Установим активные силы согласно рис. 1.

m₁g – вес тела 1 (m₁ = 4)

телотттттт

Тело 1

тр1 – сила трения тела 1

тр1 = f∙N₁ = f∙ m₁g cos 60°;

( f = 0,2)

Тело 2

m₂g – вес тела 2 (m₂ = 3)

m₃g – вес тела 3 (m₃ = 5)

Тело 3

= 50H

Мвр = 2 Н∙м

Исходные данные : R₃ = 0,2 м

Вычислим и приложим к телам 1,2,3 силы инерции, задавшись ускорение W₁.

Тело 1. Тело 1 движется поступательно,

**= m W₁ = 4 W₁.**

Тело 2. Тело 2 совершает вращательное движение вокруг неподвижной оси (центр масс расположен на оси вращения). Момент сил инерции этого тела определяется по формуле:

**= J2z ₂ , (*a*)**

где **J2z = m₂** , а **₂ =**  (см. рис. 1)

Подстановкой их в (*а*), получим:

**= m₂∙ = m₂ W₁ = 3 W₁ = 1,5 W₁**

Тело 3. Тело 3 совершает плоскопараллельное движение. Тогда

**= m₃ WC3 = 5 W₁**, т.к. WC3 = W₁ (см. рис. 1)

**= J3z ₃, ()**

где **J3z = m₃** , а **₃ =**  , (см. рис. 1)

т.к. качение происходит без скольжения по аналогии с условием задачи 3, где «К» (см. рис. 1) – мгновенный центр скоростей.

Примечание. ₃ получается так:

**₃ = = = ;**

в соответствии с рис. 1 = ,

**₃ = = .**

Итак: **₃ =**

Подставив J3z и ₃ в (), получим:

**= m₃ = 5**

Сообщим механической системе возможное перемещение S₁.

Составим уравнение элементарных работ всех активных сил и сил инерции соответствующее общему уравнению (1) динамики, т.е.

**-m₁g sin 60°∙S₁ - ∙S₁ - тр∙S₁ - ∙₂ -**

**-m₃g sin20°∙SC3 - ∙ SC3 - ∙₃ +**

**+∙SC3 + Mвр∙₃ = 0 (3)**

Поскольку система имеет одну степень свободы движения (в нашем случае S₁ ) вырази все перемещения через S₁ :

**₂ = ; SC3 = S₁; ₃ =**

Подставив их в уравнение (3) и , предварительно, вытеснив за скобку S₁, получим:

(4∙9,8∙0,87 - 4 - 3,9 – 1,5 - 5∙9,8∙0,34 –

- 5 - 2,5∙ + 50 + 2∙ )S₁ = 0

Т.к. S₁ 0, то равно нулю выражение в скобках:

-34,1 - 4 - 3,9 – 1,5 - 16,7 - 5 - 2,5 + 50 + +10 = 0,

или 13 = 5,3,

откуда = 0,4 м/с²,

что полностью совпадает с результатом решения задачи 3.

Ответ: = 0,4 м/с².