

Федеральное агентство по образованию  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Московский государственный индустриальный университет  
(ГОУ МГИУ)

О.Ю. Меркулова, О.В. Трусова

**Разработка прогноза уровня спроса методом статистического  
анализа**

Методические указания для выполнения РГР по курсу «Статистика»

Под редакцией д.э.н., профессора О.Н. Герасиной

Москва 2007

Методические указания предназначены для студентов инженерных специальностей, изучающих курс «Статистика».

В указаниях содержится методика выполнения самостоятельной расчетной работы по прогнозированию статистического показателя на перспективу с использованием методов регрессионно-корреляционного анализа.

Методические указания рассмотрены  
и утверждены кафедрой:  
протокол № 9 от 08.11.07.

Подготовлено к печати на кафедре: «Экономика и управление производством»

## Содержание

Введение .....	1
1. Сущность задачи и методы ее решения .....	5
2. Математическая модель задачи .....	6
3. Порядок выполнения работы .....	7
3.1. Построение регрессионной модели .....	7
3.2. Разработка прогноза спроса и степени его точности .....	8
3.3. Оценка точности прогноза .....	8
4. Анализ полученных результатов .....	9
5. Пример расчета .....	9
Задание .....	12
Список литературы .....	12

## Введение

Важнейшей задачей подготовки специалиста в современных условиях является обучение методам сбора, систематизации и анализа информации, характеризующей различные явления общественной жизни. Изучение студентами методов статистического анализа обеспечивает овладение другими учебными дисциплинами, необходимыми для дальнейшей практической деятельности.

Предлагаемая РГР по дисциплине «Статистика» предполагает ознакомление и освоение студентами методов прогнозирования на базе статистических данных.

### 1. Сущность задачи и методы ее решения

Целью решаемой в РГР задачи является разработка научно-обоснованного прогноза спроса на перспективу с использованием статистических методов. Такой прогноз является основой принятия управленческих решений, планирования, управления запасами.

Прогнозирующая функция может принимать любой вид в зависимости от характера спроса, который может быть линейным (постоянным, возрастающим или убывающим) и криволинейным. Кривая может быть экспоненциальной, степенной, гиперболической и т.п.

В данной РГР ограничимся анализом линейной прогнозирующей функцией, которая в силу ее простоты выбирается чаще других и достаточно правильно описывает тенденцию поведения спроса.

Если нет уверенности в том, что линейная функция предпочтительнее других, то следует испытать несколько форм прогнозирующей функции и выбрать наилучшую по критерию минимизации стандартного отклонения, характеризующего погрешность в оценке.

В РГР требуется сравнить два вида линейной функции: не зависящей от времени (постоянный спрос со случайными отклонениями) и зависящей от времени (возрастающий или убывающий спрос при наличии случайных отклонений).

Сравнение и выбор наилучшей прогнозирующей функции, более точно характеризующей закономерности поведения спроса как суммы продаж на рынке товаров, осуществляется с помощью методов статистического (регрессионного) анализа. Суть кратко сводится к следующему.

На основе графического анализа данных о характере спроса за прошедший интервал времени (год) подбирается такая прямая линия, которая обеспечила бы наименьший разброс наблюдений вокруг нее. Если продолжить эту прямую, то получим интересующий нас прогноз. Для построения прямой необходимо определить значение параметров уравнения регрессии, характеризующего уровень пересечения прямой (линии регрессии) с осью ординат. Это начальный или свободный коэффициент регрессии ( $a$ ). Наклон прямой относительно оси абсцисс характеризует коэффициент регрессии ( $b$ ). Значения  $a$  и  $b$  в уравнении

регрессии определяются методом наименьших квадратов, т.е. эти коэффициенты обращают сумму квадратов отклонений фактических значений спроса ( $y_t$ ) от выровненных, т.е. соответствующих прямой  $y_t'$ , в минимум.

Прогноз, таким образом, разрабатывается двумя методами и должен охватывать период в 1 год (12 месяцев).

## 2. Математическая модель задачи

Если зависимость уровня спроса от времени имеет линейный характер, то функция, описывающая эту зависимость, имеет вид:

$$y_t' = a + bt, \quad (1)$$

где

$y_t'$  - прогнозируемое значение спроса в момент времени;

$a$  - начальный и свободный коэффициент;

$b$  - коэффициент регрессии.

Если спрос не зависит от времени, то прогнозирующая функция имеет следующий вид:

$$y_t' = a. \quad (2)$$

Коэффициенты  $a$  и  $b$  в уравнении (1) определяются по следующим формулам:

$$b = \frac{n \sum ty_t - \sum t \sum y_t}{n \sum t^2 - (\sum t)^2}, \quad (3)$$

где

$y_t$  - фактическое значение спроса, соответствующее моменту времени  $t$ ;

$n$  - число периодов наблюдений;

$$a = \frac{1}{n} (\sum y_t - b \sum t). \quad (4)$$

Значение коэффициента  $a$  в уравнении (2) определяется по формуле:

$$a = \frac{\sum y}{n} = \bar{y}_t, \quad (5)$$

где

$\bar{y}_t$  - арифметическое среднее фактического спроса.

Для оценки степени точности прогноза необходимо вычислить стандартное отклонение фактических значений спроса от прогнозируемых. В статистическом анализе эта оценка называется среднеквадратическим отклонением и определяется по формуле

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (y_t - y_t')^2}{(n - f)}}, \quad (6)$$

где

$f$  - число степеней свободы, связанное с количеством оцениваемых параметров в уравнении регрессии.

Для уравнения (1)  $f = 2$ , для уравнения (5)  $f = 1$ .

Выбор лучшего прогноза осуществляется по минимальному значению  $\sigma$ .

Однако, следует иметь ввиду, что параметры уравнений регрессии рассчитаны на базе ограниченного объема статистики. Поэтому необходимо оценить тесноту связи между изучаемыми параметрами, т.е. степень влияния независимого фактора ( $t$ ) на зависимый ( $y$ ). Для этого используем линейный коэффициент корреляции:

$$\tau = \frac{t\bar{y} - \bar{t} * \bar{y}}{\sigma_t \sigma_y}, \quad (7)$$

где

$\sigma_t$  - среднеквадратическое отклонение фактора  $t$ ;

$\sigma_y$  - среднеквадратическое отклонение фактора  $y$ ;

### 3. Порядок выполнения работы

#### 3.1. Построение регрессионной модели

1. Выполнение работы начинается с получения варианта задания у преподавателя и представления исходных данных в табл. 3.1.

Таблица 3.1.

Исходные данные

Месяц	январь	февраль	...	декабрь	Всего
Спрос, шт					

2. Присвоение каждому моменту времени (месяцу) порядкового номера  $t = 1, 2, \dots, n$ . (от 1 до 12).

3. Построение графика зависимости спроса от времени, размещая показатель времени  $t$  по оси абсцисс, спроса  $y$  – по оси ординат (рис. 1).

4. Расчет параметров уравнения регрессии по формулам (1), (3) и (4) и построение уравнения.

Для выполнения расчетов необходимо составить вспомогательную таблицу 3.2.

Таблица 3.2.

Расчет параметров уравнения регрессии

месяц	$t$	$t^2$	$y$	$y^2$	$y_t t$
январь					
февраль					
...	...	...	...	...	...
декабрь					
Итого					

### 3.2. Разработка прогноза спроса и степени его точности

1. Прогноз спроса на базе линейной функции независимой от времени  $y_1'$ , определяется по формуле (5) и представляется в таблице 3.3.

Таблица 3.3.

Прогноз спроса на базе линейной функции независимой от времени

$t$	13	14	...	24	Всего
$y_1'$					

2. Прогноз спроса, зависящий от времени, определяется с помощью уравнения, полученного в п.п. 3.1. и представляется в таблице 3.4.

Таблица 3.4.

Прогноз спроса на базе линейной функции, зависящей от времени

$t$	13	14	...	24	Всего
$y_2'$					

### 3.3. Оценка точности прогноза

Для оценки точности прогноза необходимо сопоставить, расчетные значения показателя спроса  $y_1'$  и  $y_2'$  с фактическими  $y_t$ . С этой целью для каждого значения параметра  $t$  необходимо определить расчетное значение параметра  $y'$  по формулам (1) и (5). Результаты расчетов можно представить в таблице 3.5.

Таблица 3.5.

Расчет стандартного отклонения

$t$	$y_t$	$y_1'$	$(y_t - y_1')^2$	$y_2'$	$(y_t - y_2')^2$
1					
2					
...					
12					
Всего	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$	$\Sigma$

Расчет погрешности осуществляется по формуле (6).

#### 4. Анализ полученных результатов

РГР должен завершать вывод о целесообразности использования линейной функции в 1 или 2 варианте для прогнозирования спроса. Для наглядности следует нанести показатели  $y_1'$  и  $y_2'$  из таблицы 3.4. на построенный график. Предпочтение отдается тому варианту, у которого величина погрешности  $\sigma$  меньше:

$$\sigma \rightarrow \min$$

Окончательный вывод о целесообразности использования линейной модели можно сделать, определив коэффициент корреляции по формуле (7).

#### 5. Пример расчета

В таблице 5.1 приведены данные, характеризующие спрос за прошедшие 12 месяцев. Требуется построить прогноз на следующий год и проанализировать результат.

Таблица 5.1.

Исходные данные

Месяц	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь	Итого
Спрос	50	59	44	40	35	56	54	60	58	62	70	78	666



Рис. 1. График изменения уровня спроса



На графике виды колебания спроса в течение года. По этим данным построим два прогноза:

1) спроса, имеющего тенденцию к возрастанию при наличие случайных отклонений;

2) постоянного спроса со случайными отклонениями.

Первый прогноз строится на основании уравнения (1), второй - уравнения (2).

Для расчета коэффициентов регрессии по формулам (3), (4) и (5) составим вспомогательную таблицу 5.2.

Таблица 5.2.

Расчет параметров уравнения регрессии

Месяц	$t$	$t^2$	$y_t$	$y_t^2$	$ty_t$
Январь	1	1	50	2500	50
Февраль	2	4	59	3481	118
Март	3	9	44	1936	132
Апрель	4	16	40	1600	160
Май	5	25	35	1225	175
Июнь	6	36	56	3136	336
Июль	7	49	54	2916	378
Август	8	64	60	3600	480
Сентябрь	9	81	58	3364	522
Октябрь	10	100	62	3844	620
Ноябрь	11	121	70	4900	770
Декабрь	12	144	78	6084	936
$\Sigma$	78	650	666	38586	4677

Значение коэффициентов  $a$  и  $b$  для уравнения (1) равны:

$$b = \frac{n \sum ty_t - \sum t \sum y_t}{n \sum t^2 - (\sum t)^2} = \frac{12 \times 4677 - 78 \times 666}{12 \times 650 - (78)^2} = \frac{56124 - 51948}{7800 - 6084} = 2,43$$

$$a = \frac{\sum y_t}{n} - \frac{b \sum t}{n} = \frac{666}{12} - \frac{2,43 \times 78}{12} = 55,5 - 15,8 = 39,7$$

Таким образом, уравнение регрессии имеет вид:

$$y_t = 40 + 2,4t$$

Прогноз уровня спроса на следующий год, составленный по этому уравнению регрессии, представлен в таблице 5.3.

## Прогностические оценки уровней спроса

Месяц	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Август	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь	Итого
Время	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
Спрос	75	78	81	84	87	90	93	96	99	102	105	108	1098

Значение коэффициента  $a$  для выражения (2) равно  $55,5(\frac{666}{12})$ , Таким образом, прогностической оценкой спроса на следующий год является его средний уровень - 55,5. Для удобства вычислений примем  $y'_i = 56$ .

Оценим степень точности прогноза, полученного с помощью уравнения (1) и выражения (2), воспользовавшись формулой (6). Предварительно определим расчетные значения  $y'_i$  за прошедший год.

Таблица 5.4.

## Расчет стандартного отклонения

$t$	$y_t$	$y'_1$	$(y_t - y'_1)^2$	$y'_2$	$(y_t - y'_2)^2$
1	50	42	64	56	36
2	59	45	196	56	9
3	44	47	9	56	144
4	40	50	100	56	256
5	35	52	289	56	441
6	56	54	4	56	0
7	54	57	9	56	4
8	60	59	1	56	16
9	58	62	16	56	4
10	62	64	4	56	36
11	70	66	16	56	196
12	78	69	81	56	484
Итого	-	-	789	-	1626

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{789}{12-2}} \cong 9$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{1626}{12-1}} \cong 12$$

Если предположение о линейном характере поведения спроса верно, то уравнение (1) позволяет получить более точный прогноз, чем выражение (2). Стандартное отклонение, характеризующее погрешность прогноза, имеет меньшее значение.

Если уровни спроса имеют нормальное распределение, то с вероятностью 0,68 можно утверждать, что в любой момент времени рассматриваемого периода уровни спроса будут лежать в интервале от 48 до 64 ед. ( $\bar{y}_i \pm \sigma = 56 \pm 9$ ). С вероятностью 0,95 можно утверждать, что уровень спроса окажется в интервале от 36 до 74 ед. ( $\bar{y}_i \pm 2\sigma = 56 \pm 18$ ). И в интервале от 27 до 83 ед. ( $\bar{y}_i \pm 3\sigma = 56 \pm 27$ ). Эта вероятность составит 0,997.

Коэффициент корреляции определим по формуле (7):

$$\tau = \frac{\frac{4677}{12} - 6,5 * 55,5}{3,5 * 11,5} = 0,73$$

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum (t - \bar{t})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(1-6,5)^2 + (2-6,5)^2 + (3-6,5)^2 + \dots + (12-6,5)^2}{12}} = 3,5$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(50-55,5)^2 + (59-55,5)^2 + (44-55,5)^2 + \dots + (78-55,5)^2}{12}} = 11,5$$

Величина линейного коэффициента корреляции 0,73 говорит о том, что теснота связи между рассматриваемыми факторами достаточно велика и уравнение (1) может использоваться для прогнозирования спроса.

Приложение I

## Задание

1. Составить два прогноза уровня спроса;
  - линейно зависящего от времени при наличие случайных отклонений;
  - не зависящего от времени со случайными отклонениями.
2. Провести сравнение прогнозов аналитически и графически.
3. Сделать выводы.
4. Оформить отчет по РГР.

### Количественные данные о сумме продаж на рынке сбыта

Месяцы	Варианты																								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Январь	80	66	110	90	74	85	35	40	66	89	80	50	105	60	64	48	94	100	130	80	84	80	100	130	20
Февраль	84	70	110	93	50	90	50	45	55	55	66	90	60	80	136	104	48	48	60	72	36	70	115	120	50
Март	90	74	90	100	63	95	72	60	80	89	110	50	92	86	60	54	40	100	40	85	75	110	60	48	110
Апрель	105	60	92	115	78	100	80	54	60	50	90	45	115	50	74	52	120	50	96	54	70	90	74	54	115
Май	78	50	80	70	60	80	86	50	66	80	74	90	78	70	50	96	95	130	78	94	78	115	64	52	58
Июнь	70	48	75	68	74	72	70	46	30	49	85	74	100	48	115	89	50	66	64	115	85	60	70	64	60
Июль	64	36	60	74	80	64	58	52	46	85	35	190	80	75	58	62	110	46	70	64	95	72	82	74	115
Август	84	45	64	80	78	70	82	48	55	69	40	100	54	68	52	94	51	40	50	74	50	58	94	68	93
Сентябрь	104	54	52	96	89	62	94	40	100	30	84	63	78	74	84	40	120	115	120	74	40	48	110	78	90
Октябрь	94	48	40	120	95	50	110	51	111	48	70	95	50	72	45	94	60	40	48	80	125	40	51	100	80
Ноябрь	120	60	44	125	100	48	100	50	60	60	110	72	80	70	64	48	44	125	52	80	86	51	50	85	75
Декабрь	130	66	46	140	115	40	125	46	32	50	93	60	70	146	82	40	125	46	80	60	80	50	46	90	64

## **Список литературы**

1. Елисеева И.И. Общая теория статистики: Учебник для вузов./ Юзбашев М.М. – М.: Финансы и статистика, 2005.
2. Ефимова М.Р. Общая теория статистики: Учебник для вузов./ Петрова Е.В., Румянцева В.Н. – М.: ИНФРА-М, 2005.
3. Ефимова М.Р. Общая теория статистики: Учебник для вузов./ Петрова Е.В., Румянцева В.Н. – М.: ИНФРА-М, 2007.
4. Зайцев В.А., Шибалкин Ю.А., Трусова О.В., Полуэктова Н.А., Ищенко М.М., Герасина О.Н., Яковлев С.А. Сборник лабораторных работ по экономике и маркетингу: Учебное пособие. – М.: МАСИ (ВТУЗ-ЗИЛ), 1994.