## ЗАДАЧА 1.

**Решить графическим методом типовую задачу оптимизации.**

1.1. Инвестор, располагающий суммой в 300 тыс. ден. ед., может вложить свой капитал в акции автомобильного концерна А и строительного предприятия В. Чтобы уменьшить риск, акций А должно быть приобретено по крайней мере в два раза больше, чем акций В, причем последних можно купить не более чем на 100 тыс. ден. ед.

Стоимость одной акции A равна 1 ден. ед. , а одной акции В - 2 ден. ед. Дивиденды по акциям А составляют 8% в год, по акциям В – 10%. Какую максимальную прибыль можно получить в первый год?

**Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум и почему?**

1.2. Совхоз для кормления животных использует два вида корма. В дневном рационе животного должно содержаться не менее 6 единиц питательного вещества А и не менее 12 единиц питательного вещества В. Какое количество корма надо расходовать ежедневно на одного животного, чтобы затраты были минимальными? Использовать данные таблицы:

|  |  |
| --- | --- |
| Корма Питат. вещества  | Количество питательных веществ в 1 кг корма |
| 1 | 2 |
| АВ | 22 | 14 |
| Цена 1 кг корма, т.руб. | 0,2 | 0,3 |

**Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на максимум и почему?**

1.3.Некоторая фирма выпускает два набора удобрений для газонов: обычный и улучшенный. В обычный набор входит 3 кг азотных, 4 кг фосфорных и 1 кг калийных удобрений, а в улучшенный – 2 кг азотных, 6 кг фосфорных и 3 кг калийных удобрений. Известно, что для некоторого газона требуется по меньшей мере 10 кг азотных, 20 кг фосфорных и 7 кг калийных удобрений. Обычный набор стоит 3 ден. ед., а улучшенный – 4 ден. ед. Какие и сколько наборов удобрений нужно купить, чтобы обеспечить эффективное питание почвы и минимизировать стоимость?

**Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на максимум и почему?**

1.4. На имеющихся у фермера 400 гектарах земли он планирует посеять кукурузу и сою. Сев и уборка кукурузы требует на каждый гектар 200 ден. ед. затрат, а сои – 100 ден. ед. На покрытие расходов, связанных с севом и уборкой, фермер получил ссуду в 60 тыс. ден. ед.. Каждый гектар, засеянный кукурузой, принесет 30 центнеров, а каждый гектар, засеянный соей – 60 центнеров. Фермер заключил договор на продажу, по которому каждый центнер кукурузы принесет ему 3 ден. ед., а каждый центнер сои – 6 ден. ед. Однако, согласно этому договору, фермер обязан хранить убранное зерно в течение нескольких месяцев на складе, максимальная вместимость которого равна 21 тыс. центнеров.

 Фермеру хотелось бы знать, сколько гектар нужно засеять каждой из этих культур, чтобы получить максимальную прибыль.

**Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум и почему?**

1.5. Продукция двух видов (краска для внутренних (I) и наружных (Е) работ) поступает в оптовую продажу. Для производства красок используются два исходных продукта А и В. Максимально возможные суточные запасы этих продуктов составляют 6 и 8 тонн, соответственно. Расходы продуктов А и В на 1 т соответствующих красок приведены в таблице.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Исходный продукт | Расход исходных продуктов на тонну краски, т | Максимально возможный запас, т |
| Краска Е | Краска I |
| АВ | 12 | 21 | 68 |

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на краску I никогда не превышает спроса на краску Е более чем на 1 т. Кроме того, установлено, что спрос на краску I никогда не превышает 2 т в сутки. Оптовые цены одной тонны красок равны: 3000 ден. ед. для краски Е и 2000 ден. ед. для краски I. Какое количество краски каждого вида должна производить фабрика, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?

**Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум и почему?**

1.6. Финансовый консультант фирмы «АВС» консультирует клиента по оптимальному инвестиционному портфелю. Клиент хочет вложить средства (не более 25000$) в два наименования акций крупных предприятий в составе холдинга «Дикси».

Анализируются акции «Дикси –Е» и «Дикси –В». Цены на акции: «Дикси –Е» - 5$ за акцию; «Дикси –В» - 3$ за акцию.

Клиент уточнил, что он хочет приобрести максимум 6000 акций обоих наименований, при этом акций одного из наименований должно быть не более 5000 штук.

По оценкам «АВС» прибыль от инвестиций в эти две акции в следующем году составит: «Дикси –Е» - 1,1$; «Дикси –В» - 0,9$.

Задача консультанта состоит в том, чтобы выдать клиенту рекомендации по оптимизации прибыли от инвестиций.

**Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум и почему?**

1.7. Завод-производитель высокоточных элементов для автомобилей выпускает два различных типа деталей Х и Y. Завод располагает фондом рабочего времени в 4000 чел.-ч в неделю. Для производства одной детали типа Х требуется 1 чел.-ч, а для производства одной детали типа Y – 2 чел.-ч. Производственные мощности завода позволяют выпускать максимум 2250 деталей типа Х и 1750 деталей типа Y в неделю. Каждая деталь типа Х требует 2 кг металлических стержней и 5 кг листового металла, а для производства одной детали типа Y необходимо 5 кг металлических стержней и 2 кг листового металла. Уровень запасов каждого вида металла составляет 10000 кг в неделю. Кроме того, еженедельно завод поставляет 600 деталей типа Х своему постоянному заказчику. Существует также профсоюзное соглашение, в соответствии с которым общее число производимых в течение одной недели деталей должно составлять не менее 1500 штук.

Сколько деталей каждого типа следует производить, чтобы максимизировать общий доход за неделю, если доход от производства одной детали типа Х составляет 30 ден. ед., а от производства одной детали типа Y – 40 ден. ед.?

**Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум и почему?**

1.8. Имеется два вида корма I и II, содержащие питательные вещества (витамины) S1 S2 и S3. Содержание числа единиц питательных веществ в 1 кг каждого вида корма и необходимый минимум питательных веществ приведены в таблице

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Питательное вещество (витамин) | Необходимый минимум питательных веществ | Число единиц питательных веществ в 1 кг корма |
| I | II |
| S1S2S3 | 9812 | 311 | 126 |

Стоимость 1 кг корма I и II соответственно равна 4 и 6 ден. ед.

Необходимо составить дневной рацион, имеющий минимальную стоимость, в котором содержание питательных веществ каждого вида было бы не менее установленного предела.

**Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на максимум и почему?**

1.9. При производстве двух видов продукции используется 4 типа ресурсов. Норма расхода ресурсов на производство единицы продукции, общий объем каждого ресурса заданы в таблице

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ресурсы | Норма затрат ресурсов на товары | Общее количество ресурсов |
| 1-го вида | 2-го вида |
| 1234 | 2140 | 2204 | 1281612 |

Прибыль от реализации одной единицы продукции первого вида составляет 2 ден. ед., второго вида – 3 ден. ед.

Задача состоит в формировании производственной программы выпуска продукции, обеспечивающей максимальную прибыль от ее реализации.

**Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум и почему?**

1.10. Фирма производит два широко популярных безалкогольных напитка – «Лимонад» и «Тоник». Фирма может продать всю продукцию, которая будет произведена. Однако объем производства ограничен количеством основного ингредиента и производственной мощностью имеющегося оборудования. Для производства 1 л «Лимонада» требуется 0,02 ч работы оборудования, а для производства 1 л «Тоника» – 0,04 ч. Расход специального ингредиента составляет 0,01 кг и 0,04 кг на 1 л «Лимонада» и «Тоника» соответственно. Ежедневно и распоряжении фирмы имеется 24 ч времени работы оборудования и 16 кг специального ингредиента. Прибыль фирмы составляет 0,10 ден. ед. за 1 л «Лимонада» и 0,30 ден. ед. за 1 л «Тоника». Сколько продукции каждого вида следует производить ежедневно, если цель фирмы состоит в максимизации ежедневной прибыли?

**Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум и почему?**

## ЗАДАЧА 2.

**Предложить оптимальное управленческое решение в следующих типовых хозяйственных ситуациях.**

Задача о раскрое

**2.1.** Организация изготавливает из бруса деревянные оконные блоки. Ставится задача поискарационального варианта раскроя бруса длиной 700 мм на элементы длиной  мм,  мм,  мм (отходами на разгрузку, распил и т.п. можно пренебречь). Производственная программа по элементам 1-го вида 1200 шт., 2-го вида - 8000 шт., 3-го вида - 750 шт.

**2.2.** В обработку поступили две партии досок для изготовления комплектов из трех деталей (треугольные каркасы настилов на стройплощадку), причем первая партия содержит 52 доски длиной по 6,5 м каждая, вторая содержит 200 досок длиной по 4 м каждая. Каждый комплект состоит из двух деталей по 2 м каждая и одной детали в 1,25 м.

 Ставится задача поискарационального варианта раскроя поступившего в обработку материала.

Задача о смеси

**2.3.** Металлургическому заводу требуется уголь с содержанием фосфора не более 0,03% и с долей зольных примесей не более 3,25%. Завод закупает три сорта угля А, В, С с известным содержанием примесей. В какой пропорции нужно смешивать исходные продукты А, В, С, чтобы смесь удовлетворяла ограничениям на содержание примесей и имела минимальную цену? Содержание примесей и цена исходных продуктов приведены в таблице

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Сорт угля | Содержание (%) | Цена 1 т (руб.) |
| фосфора | золы |
| АВС | 0.060.040.02 | 2.04.03.0 | 303045 |

**2.4.** Стандартом предусмотрено, что октановое число автомобильного бензина А-76 должно быть не ниже 76, а содержание серы в нем – не более 0,3%. Для изготовления такого бензина на заводе используется смесь из четырех компонентов. Данные о ресурсах смешиваемых компонентов, их себестоимости и их октановом числе, а также о содержании серы приведены в таблице

Компонент автомобильного бензина

Характеристика

N 3

N 2

N 1

N 4

90

0,2

300

70

80

0,3

500

60

72

0,35

600

45

68

0,35

700

40

Октановое число

Содержание серы,%

Ресурсы, т

Себестоимость, ден.ед./т

Требуется определить, сколько тонн каждого компонента следует использовать для получения 1000т автомобильного бензина А-76, чтобы его себестоимость была минимальной.

Задача о рационе

**2.5.** Бройлерное хозяйство птицеводческой фермы насчитывает 20000 цыплят, которые выращиваются до 8-недельного возраста и после соответствующей обработки поступают в продажу. Недельный расход корма в среднем (за 8 недель) составляет 500 г = 0,5 кг.

Для того, чтобы цыплята достигли к 8-й неделе необходимого веса, кормовой рацион должен удовлетворять определенным требованиям по питательности. Этим требованиям могут соответствовать смеси различных видов кормов, или ингредиентов.

В таблице приведены данные, характеризующие содержание (по весу) питательных веществ к каждом из ингредиентов и удельную стоимость каждого ингредиента

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ингредиент | Содержание питательных веществ (кг/ингредиент) | Стоимость (руб./кг) |
| Кальций | Белок | Клетчатка |
| ИзвестнякЗерноСоевые бобы | 0.380.0010.002 | –0.090.50 | –0.020.08 | 0.40.150.40 |

Смесь должна содержать (от общего веса смеси):

не менее 0, 8% кальция;

не менее 22% белка;

не более 5% клетчатки.

Требуется определить количество (в кг) каждого из трёх ингредиентов, образующих смесь минимальной стоимости, при соблюдении требований к общему расходу кормовой смеси и её питательности.

Выбор оптимальных проектов для финансирования

**2.6.** Управляющему банка были представлены 4 проекта, претендующие на получение кредита в банке. Ресурс банка в каждый период, потребности проектов и прибыль по ним приведены в таблице (тыс. долл.).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Проект | Потребность проектов в объёмах кредитов  | Прибыль |
| Период 1 | Период 2 | Период 3 | Период 4 |
| А | 8 | 8 | 10 | 10 | 21 |
| Б | 7 | 9 | 9 | 11 | 18 |
| В | 5 | 7 | 9 | 11 | 16 |
| Г | 9 | 8 | 7 | 6 | 17,5 |
| Ресурс банка | 22 | 25 | 38 | 30 |  |

При выборе проектов следует принять во внимание потребность проектов в объёмах кредитов и ресурс банка для соответствующих периодов.

Какие проекты следует финансировать, если цель состоит в том, чтобы максимизировать прибыль?

### Распределение рекламного бюджета

**2.7.** Фирма рекламирует свою продукцию с использованием четырех средств: телевидения, радио, газет и афиш. Из различных рекламных экспериментов, которые проводились в прошлом, известно, что эти средства приводят к увеличению прибыли соответственно на 10, 3, 7 и 4 у.е. в расчете на 1 у.е., затраченную на рекламу.

Распределение рекламного бюджета по различным средствам подчинено следующим ограничениям:

а) полный бюджет не должен превосходить 500 000 у.е.;

б) следует расходовать не более 40 % бюджета на телевидение и не более 20 % бюджета на афиши;

в) вследствие привлекательности для подростков радио на него следует расходовать по крайней мере половину того, что планируется на телевидение.

Сформулируйте задачу распределения средств по различным источникам как задачу линейного программирования и решите ее.

Задача об оптимальном использовании ограниченных ресурсов

**2.8.** Небольшая фирма производит два вида продукции: столы и стулья. Для изготовления одного стула требуется 3 м древесины, а для изготовления одного стола – 7 м. На изготовление одного стула уходит 2 часа рабочего времени, а на изготовление стола – 8 часов. Каждый стул приносит 1 ден. ед. прибыли, а каждый стол - 3 ден. ед. Сколько стульев и сколько столов должна изготовить эта фирма для получения максимальной прибыли, если она рас-полагает 20 м древесины и 400 часами рабочего времени?

### 2.9. Продукцией городского молочного завода являются молоко, кефир и сметана. На производство 1 т молока, кефира и сметаны требуется соответственно 1,01; 1,01 и 9,45 т молока. При этом затраты рабочего времени при разливе 1 т молока и кефира составляют 0,18 и 0,19 машино-час. На расфасовке 1 т сметаны заняты специальные автоматы в течение 3,25 час. Всего для производства цельномолочной продукции завод может использовать 136 т молока. Основное оборудование может быть занято в течение 21,4 машино-час, а автоматы по расфасовке сметаны – в течение 16,25 час. Прибыль от реализации 1 т молока, кефира и сметаны соответственно равна 30, 22 и 136 руб. Завод должен ежедневно производить не менее 100 т молока.

Требуется определить объемы выпуска молочной продукции, позволяющие получить наибольшую прибыль. К чему приведет задание по выпуску кефира в объёме не менее 10 т?

**2.10.** Менеджер по ценным бумагам намерен разместить 100000 ф ст. капитала таким образом, чтобы получать максимальные годовые проценты с дохода. Его выбор ограничен четырьмя возможными объектами инвестиций А, В, С и О. Объект А позволяет получать 6% годовых, объект В – 8% годовых, объект С – 10%, а объект О – 9% годовых. Для всех четырех объектов степень риска и условия размещения капитала различны. Чтобы не подвергать риску имеющийся капитал, менеджер принял решение, что не менее половины инвестиций необходимо вложить в объекты А и В. Чтобы обеспечить ликвидность, не менее 25% общей суммы капитала нужно поместить в объект О. Учитывая возможные изменения в политике правительства, предусматривается, что в объект С следует вкладывать не более 20% инвестиций, тогда как особенности налоговой политики требуют, чтобы в объект А было вложено не менее 30% капитала.

Как распорядиться свободными денежными средствами?

**ЗАДАЧА 3.**

**Провести моделирование и решить специальную задачу линейного программирования.**

Транспортная задача

Задачи **3.1-3.5.** Компания, занимающаяся ремонтом автомобильных дорог, в следующем месяце будет проводить ремонтные работы на пяти участках автодорог. Песок на участки ремонтных работ может доставляться из трех карьеров, месячные объемы предложений по карьерам известны. Из планов производства ремонтных работ известны месячные объемы потребностей по участкам работ. Имеются экономические оценки транспортных затрат (в у.е.) на перевозку 1тонны песка с карьеров на ремонтные участки.

Числовые данные для решения содержатся ниже в матрице планирования (повариантно).

*Требуется:*

1) Предложить план перевозок песка на участки ремонта автодорог, который обеспечивает минимальные совокупные транспортные издержки.

2) Что произойдет с оптимальным планом, если изменятся условия перевозок: а) появится запрет на перевозки от первого карьера до второго участка работ?; б) по этой коммуникации будет ограничен объем перевозок 3 тоннами?

**3.1**. Матрица планирования:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Участки работКарьеры | В1 | В2 | В3 | В4 | В5 | Предложение |
| А1 | 5 | 3 | 4 | 6 | 4 | 40 |
| А2 | 3 | 4 | 10 | 5 | 7 | 20 |
| А3 | 4 | 6 | 9 | 3 | 4 | 40 |
| Потребности | 25 | 10 | 20 | 30 | 15 |  |

**3.2.** Матрица планирования:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Участки работ Карьеры | В1 | В2 | В3 | В4 | В5 | Предложение  |
| А1 | 3 | 3 | 5 | 3 | 1 | 500 |
| А2 | 4 | 3 | 2 | 4 | 5 | 300 |
| А3 | 3 | 7 | 5 | 4 | 1 | 100 |
| Потребности | 150 | 350 | 200 | 100 | 100 |  |

**3.3**. Матрица планирования:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Участки работ Карьеры | В1 | В2 | В3 | В4 | В5 | Предложение  |
| А1 | 4 | 2 | 3 | 4 | 1 | 60 |
| А2 | 2 | 4 | 3 | 5 | 6 | 90 |
| А3 | 6 | 5 | 4 | 6 | 2 | 140 |
| Потребности | 40 | 30 | 90 | 80 | 50 |  |

**3.4.** Матрица планирования:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Участки работ Карьеры | В1 | В2 | В3 | В4 | В5 | Предложение |
| А1 | 5 | 15 | 3 | 6 | 10 | 9 |
| А2 | 23 | 8 | 13 | 27 | 12 | 11 |
| А3 | 30 | 1 | 5 | 24 | 25 | 14 |
| Потребности | 8 | 9 | 13 | 8 | 12 |  |

**3.5.** Матрица планирования:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  Участки работКарьеры | В1 | В2 | В3 | В4 | В5 | Предложение |
| А1 | 3 | 4 | 5 | 15 | 24 | 15 |
| А2 | 19 | 2 | 22 | 4 | 13 | 15 |
| А3 | 20 | 27 | 1 | 17 | 19 | 15 |
| Потребности | 11 | 11 | 11 | 16 | 11 |  |

Задача о назначениях

 **3.6**. В распоряжении некоторой компании имеется 6 торговых точек и 6 продавцов. Из прошлого опыта известно, что эффективность работы продавцов в различных торговых точках неодинакова. Коммерческий директор компании произвел оценку деятельности каждого продавца в каждой торговой точке. Результаты этой оценки представлены в таблице

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Продавец | Объемы продаж по торговым точкам, USD/тыс.шт. |  |
|  | I | II | III | IV | V | VI |
| A | 68 | 72 | 75 | - | 75 | 69 |
| B | 56 | 60 | 58 | 63 | 61 | 59 |
| C | 35 | 38 | 40 | 45 | 25 | 27 |
| D | 40 | 42 | 47 | 45 | 53 | 36 |
| E | 62 | 70 | 68 | 67 | 69 | 70 |
| F | 65 | 63 | 69 | 70 | 72 | 68 |

(назначение первого продавца на четвертую торговую точкунедопустимо по медицинским показаниям, т.е. в матрице объемов продаж проставлен запрет – «-»).

Как коммерческий директор должен осуществить назначение продавцов по торговым точкам, чтобы достичь максимального объема продаж?

**3.7**. В распоряжении некоторой компании имеется 6 торговых точек и 5 продавцов. Из прошлого опыта известно, что эффективность работы продавцов в различных торговых точках неодинакова. Коммерческий директор компании произвел оценку деятельности каждого продавца в каждой торговой точке. Результаты этой оценки представлены в таблице.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Продавец | Объемы продаж по торговым точкам, USD/тыс.шт. |  |
|  | I | II | III | IV | V | VI |
| A | 68 | 72 | 75 | 83 | 75 | 69 |
| B | 56 | 60 | 58 | 63 | 61 | 59 |
| C | 35 | 38 | 40 | 45 | 25 | 27 |
| D | 40 | 42 | 47 | 45 | 53 | 36 |
| E | 62 | 70 | 68 | 67 | 69 | 70 |

 Как коммерческий директор должен осуществить назначение продавцов по торговым точкам, чтобы достичь максимального объема продаж?

**3.8.** Мастер должен назначить на 10 типовых операций 12 рабочих. Данные о времени, которое затрачивают рабочие на выполнение каждой операции, приведены ниже в таблице (матрица эффективностей назначений)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ОперацииРабочие | О1 | О2 | О3 | О4 | О5 | О6 | О7 | О8 | О9 | О10 |
| Р1 | 29 | 31 | 16 | 16 | 17 | 34 | 20 | 28 | 16 | 13 |
| Р2 | 29 | 25 | 22 | 30 | 24 | 31 | 37 | 23 | 16 | 27 |
| Р3 | 27 | 32 | - | 14 | 34 | 30 | 27 | 16 | 19 | 17 |
| Р4 | 21 | 35 | - | 32 | 31 | 28 | 30 | 29 | 31 | 16 |
| Р5 | 21 | 36 | - | 14 | 24 | 30 | 21 | 28 | 29 | 27 |
| Р6 | 28 | 35 | 25 | 30 | 22 | 16 | - | 18 | 25 | 18 |
| Р7 | 27 | 34 | 33 | 26 | 14 | 19 | 18 | 37 | 19 | 16 |
| Р8 | 27 | 34 | 27 | 30 | 37 | 37 | 26 | 22 | 35 | 33 |
| Р9 | 16 | 26 | 18 | 26 | 16 | 20 | 31 | 34 | 28 | 29 |
| Р10 | 16 | 22 | 33 | 22 | 21 | 19 | 19 | 37 | 36 | 24 |
| Р11 | 26 | 35 | 13 | 14 | 17 | 36 | 17 | 17 | 25 | 21 |
| Р12 | 34 | 25 | 19 | 14 | 36 | 36 | 17 | 36 | 26 | 33 |

 В матрице эффективностей назначений проставлен запрет «-», если рабочий не может выполнять соответствующую операцию.

Сформировать план назначений рабочих по операциям, при котором суммарное время на выполнение работ будет минимально.

**3.9**. Администрация деревоперерабатывающего предприятия «Смена» приняла на работу пять человек. Каждый из них имеет различные способности и навыки и затрачивает различное время на выполнение определенной работы. В настоящее время необходимо выполнить пять видов работ. Время выполнения работы каждым работником приведено в таблице:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Время выполнения,чРаботник | Работы 1 | Работы 2 | Работы 3 | Работы 4 | Работы 5 |
| Р1 | 25 | 16 | 15 | 14 | 13 |
| Р2 | 25 | 17 | 18 | 23 | 15 |
| Р3 | 30 | 15 | 20 | 19 | 14 |
| Р4 | 27 | 20 | 22 | 25 | 12 |
| Р5 | 29 | 19 | 17 | 32 | 10 |

1) Требуется назначить на каждый вид работы одного из работников. Как это следует сделать, чтобы общее время, необходимое для завершения всех видов работ, было минимальным?

2) Предприятие «Смена» может принять на работу еще одного рабочего по совместительству, который выполняет каждую работу в течение следующего времени:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Время выполнения,чРаботник-совместит. | Работы 1 | Работы 2 | Работы 3 | Работы 4 | Работы 5 |
| Р6 | 28 | 16 | 19 | 16 | 15 |

Требуется определить, каким образом данная мера повлияет на назначение рабочих и минимизацию общего времени выполнения работ.

**3.10.** Фирма получила заказы на выполнение ремонтных работ на пяти объектах (евроремонт пяти квартир). Для выполнения этих заказов фирма располагает шестью бригадами, каждая из этих бригад выполняет один заказ «под ключ». Ниже в таблице приведены оценки времени (в днях), необходимого бригадам для выполнения всех работ и сдачи объектов заказчикам (исходя из состава и квалификации работников бригады).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Время выполнения,чел.-дниБригада | Объект 1 | Объект 2 | Объект 3 | Объект 4 | Объект 5 |
| Р1 | 47 | 60 | 25 | 63 | 68 |
| Р2 | 48 | 57 | 33 | 56 | 71 |
| Р3 | 45 | 53 | 20 | 62 | 61 |
| Р4 | 48 | 60 | 18 | 65 | 74 |
| Р5 | 44 | 66 | 21 | 61 | 76 |
| Р6 | 42 | 54 | 29 | 55 | 69 |

Оценки даны бригадирами и опыт работы их в фирме дает основания руководству доверять им.

 Распределить объекты работ между бригадами, чтобы общее количество человеко-дней, затраченное на выполнение работ на всех пяти объектах, было минимальным.

**ЗАДАЧА 4.**

**Рассчитайте характеристики системы массового обслуживания. Во всех задачах предполагается, что поток требований является простейшим (пуассоновским), а продолжительность обслуживания распределена по экспоненциальному закону.**

**4.1.** Подразделение фирмы осуществляет монтаж котельного оборудования. В среднем в течение года поступает 12 заявок (коммерческих предложений) от различных организаций. Монтажные работы на некотором конкретном объекте может производить одна из 4 бригад. Время, затраченное при этом, является случайной величиной и зависит от сложности монтажа, характера выполняемых работ, слаженности бригад и других причин. Статистика показала, что в среднем за год одна бригада успевает поставить оборудование для 4 объектов. Рассчитайте основные характеристики работы данного подразделения как СМО с ожиданием.

**4.2.** На строительном участке в инструментальной мастерской работают 3 мастера. Если рабочий заходит в мастерскую, когда все мастера заняты обслуживанием ранее обратившихся работников, то он не уходит из мастерской и ожидает обслуживания. Статистика показала, что среднее число рабочих, обращающихся в мастерскую в течение часа, равно 4, среднее время, которое затрачивает мастер на заточку или ремонт инструмента, равно 10 мин. Рассчитайте основные характеристики работы данной мастерской как СМО с ожиданием.

**4.3.** Поток клиентов, прибывающих в банк, имеет интенсивность 9 клиентов в час. Продолжительность обслуживания одного клиента в среднем длится 8 мин. Сколько операционистов должно обслуживать клиентуру, чтобы среднее число клиентов, ожидающих обслуживания, не превышало 3?

**4.4.** На АЗС имеются две колонки для заправки автомобилей бензином. По статистическим оценкам автомобили подъезжают на АЗС со средней частотой два автомобиля за 5 мин. Заправка автомобиля длится в среднем 3 мин. Определите:

- вероятность того, что у АЗС не окажется ни одного автомобиля;

- вероятность того, что придется ждать начала обслуживания;

- среднюю длину очереди в ожидании заправки;

- среднее время ожидания автомобиля в очереди.

**4.5.** Оптовый склад лесоматериалов обслуживает 30 предприятий-потребителей. Каждое из предприятий направляет на склад за лесоматериалами автомашину в среднем 0,5 раза в смену (продолжительность смены 8 ч). На складе имеются два крана, которые используются только для погрузки лесоматериалов на прибывающие автомашины. Средняя продолжительность погрузки одной автомашины составляет 30 мин.

Прибывшая на склад автомашина становится в очередь, если оба крана заняты погрузкой других автомашин. Определите:

1) вероятность того, что оба крана свободны (простаивают);

2) среднее число свободных (незанятых) кранов;

3) коэффициент простоя крана;

4) среднее число автомашин, находящихся на складе (под погрузкой и в ожидании погрузки);

5) среднее число автомашин, находящихся в очереди (длину очереди);

6) коэффициент и среднее время простоя автомашин в очереди.

**4.6.** В порту имеются два причала для разгрузки судов. Интенсивность потока судов составляет 4 судна за 5 суток. Среднее время разгрузки одного судна составляет 2 суток. Определите:

— среднее число занятых причалов;

— среднее время ожидания судна в очереди.

**4.7.** Наладчик обслуживает группу из трех станков. Каждый станок останавливается в среднем два раза в час. Процесс наладки занимает в среднем 10 мин. Определите:

— вероятность того, что наладчик будет занят обслуживанием станка;

— коэффициент простоя наладчика;

— коэффициент простоя станка.

**4.8.** Два рабочих обслуживают три станка. Среднее время безотказной работы станка равно 2 часам среднее время ремонта 20 мин. Определите:

— среднее число занятых рабочих;

— среднее число работающих станков.

**4.9.** Поток сотрудников, приходящих в бухгалтерию для оформления документов (доверенностей, авансовых отчетов и пр.), имеет интенсивность 8 сотрудников в час. Продолжительность работы бухгалтера с одним сотрудником в среднем составляет 7 мин. Сколько бухгалтеров должно работать с сотрудниками, чтобы среднее число клиентов, ожидающих обслуживания, не превышало 2?

**4.10.** Оптовый склад обслуживает 30 предприятий-потребителей материалов. Каждое из предприятий направляет на склад автомашину в среднем один раз в смену (смена - 8 ч). Средняя продолжительность погрузки одной автомашины составила 48 мин, т.е. 0,1 смены. Погрузка осуществляется кранами. Потери склада, связанные с простоем крана (включая крановщика и стропальщиков) из-за отсутствия автомашин, равны 5 у.е./ч.

Прибывшая на склад автомашина становится в очередь, если все краны заняты погрузкой других автомашин. При этом склад оплачивает предприятиям расходы, связанные с простоем на складе их автомашин и шоферов в очереди под погрузку, из расчета 2,6 у.е. за час простоя автомашины и шофера. Определите:

1) оптимальное количество необходимых складу кранов, при котором суммарные ожидаемые потери склада, связанные с простоем кранов (из-за отсутствия автомашин) и простоем автомашин в очереди, были бы минимальными;

2) коэффициент простоя крана;

3) среднее число автомашин, находящихся в очереди (длину очереди);

4) коэффициент и среднее время простоя автомашины в очереди.

***Указание***: для определения оптимального количества кранов необходимо рассчитать при разном их количестве коэффициенты простоя кранов и коэффициенты простоя автомашин в очереди. Например, при четырех кранах коэффициент простоя автомашин будет равен 0,0172, а коэффициент простоя кранов - 0,3299. Тогда потери от простоев кранов и автомашин (если потери от простоя одного крана равны 5 у.е./ч, а одной автомашины - 2,6 у.е./ч) при четырех кранах составят 2,6×30×0,0172 + 5×4×0,3299 = 7,94 у.е. Оптимальное количество кранов будет соответствовать минимальной сумме потерь.

**ЗАДАЧА 5.**

**Задачи управления сетевыми проектами**

**5.1.** Постройте диаграмму Гантта и найдите критический путь задачи управления проектом разработки и производства станков.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Работа | Непосредственнопредшествующиеработы | Время, ед. времени |
| A – cоставление сметы затрат | – | 3 |
| B – согласование оценок | A | 6 |
| C – покупка собственного оборудования | B | 1 |
| D – подготовка конструкторских проектов | B | 2 |
| E – строительство основного цеха | D | 1 |
| F – монтаж оборудования | C,E | 5 |
| G – испытание оборудования | F | 4 |
| H – определение типа модели | D | 9 |
| I – проектирование внешнего корпуса | D | 7 |
| J – создание внешнего корпуса | H,I | 6 |
| K – конечная сборка | G,J | 3 |
| L – контрольная проверка | K | 7 |

**5.2.** Постройте диаграмму Гантта и найдите критический путь задачи управления проектом организации выступления хора.

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание работы | Длительность, ед.времени |
| A – выбор музыкального произведения | 21 |
| B – разучивание музыки | 14 |
| C – размножение нотных партий | 14 |
| D – репетиции хора | 70 |
| E – получение канделябров в прокат | 14 |
| F – закупка свечей | 1 |
| G – установка канделябров со свечами | 1 |
| H – закупка декораций | 1 |
| I – установка декораций | 1 |
| J – заказ костюмов для хора | 7 |
| K – отглаживание костюмов | 7 |
| L – проверка системы усиления звука | 7 |
| M – настройка системы усиления звука | 1 |
| N – генеральная репетиция хора | 1 |
| O – банкет | 1 |
| P – проведение концерта | 1 |

**5.3.** Постройте диаграмму Гантта и найдите критический путь задачи управления проектом переноса участка воздушной высоковольтной линии.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Содержание работы | Непосредственнопредшествующиеработы | Длительность, ед. времени |
| A – оценка состава и содержания работ | – | 1 |
| B – осведомление потребителей электроэнергии о временном отключении системы | A | 0,5 |
| C – составление заявки на материалы и оборудование | A | 1 |
| D – обследование района проведения работ | A | 0,5 |
| E – доставка опор и материалов | C,D | 3 |
| F – распределение опор по точкам монтажа | E | 3,5 |
| G – увязка точек монтажа | D | 0,5 |
| H – разметка точек монтажа | G | 0,5 |
| I – рытье ям под опоры | H | 3 |
| J – монтаж опор | F,I | 4 |
| K – защита старых проводов | F,I | 1 |
| L – протяжка новых проводов | J,K | 2 |
| M – монтаж арматуры | L | 2 |
| N – выверка провиса новых проводов | L | 2 |
| O – подстрижка деревьев | D | 2 |
| P – обесточивание и переключение линий | B,M,N,O | 0,1 |
| Q – включение и фазировка новой линии | P | 0,5 |
| R – уборка строительного мусора | Q | 1 |
| S – снятие старых проводов | Q | 1 |
| T – демонтаж старых опор | S | 2 |
| U – доставка неиспользованных материалов на склад | I | 2 |

**5.4.** Университет рассматривает предложение о строительстве новой библиотеки. Работы, которые нужно выполнить перед началом строительства, представлены ниже.

Постройте диаграмму Гантта и найдите критический путь.

На сколько недель можно отложить выбор архитектурной мастерской?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Содержание работы | Непосредственнопредшествующиеработы | Длительность, ед. времени |
| A – определить место строительства | – | 6 |
| B – разработать первоначальный проект  | – | 8 |
| C – получить разрешение на строительство | A, B | 12 |
| D – выбрать архитектурную мастерскую | C | 4 |
| E – разработать смету затрат на строительство  | C | 6 |
| F – разработать проект строительства  | D, E | 15 |
| G – обеспечить финансирование проекта | E | 12 |
| H – нанять подрядчика | F, G | 8 |

**Модели управления запасами**

**5.5.** Фирма может производить изделие или покупать его. Если фирма сама выпускает изделие, то каждый запуск его в производство обходится в 20 руб. Интенсивность производства составляет 120 шт. в день. Если изделие закупается, то затраты на осуществление заказа равны 15 руб. Затраты на содержание изделия в запасе независимо от того, закупается оно или производится, равны 2 коп. в день. Потребление изделия фирмой оценивается в 26 000 шт. в год.

Предполагая, что фирма работает без дефицита, определите, что выгоднее: закупать или производить изделие (в месяце 22 рабочих дня).

**5.6.** При строительстве участка автодороги длиной 500 м используют гравий, расход которого составляет 120 кг/м. Сроки строительства составляют 17 дней. Работа идет в одну смену. Расход гравия равномерный. Гравий доставляется грузовыми машинами, емкостью 7 т, в течение 4 часов. Затраты на один рейс грузовика равны 15 руб. Затраты на хранение гравия на месте строительства составляют 1 руб. 10 коп. в сутки за тонну.

Определить параметры управления запасами: оптимальный объем заказа, количество грузовых машин, используемых для доставки, период поставок, точку заказа, затраты на управление запасами за всю стройку.

**5.7.** В течение смены длительностью 24 дня в санатории отдыхают 83 человека. Ежедневно каждый из отдыхающих должен получить 200 г кефира. Кефир на молокозаводе пакуется в пакеты по 0,5 л (6 руб./шт) и 1 л (10 руб./шт) и доставляется транспортом санатория в течение 2 часов. Срок годности кефира ограничен 5 днями. Его хранение в холодильниках санатория обходится в среднем в 12 коп. за 1 л в сутки. Стоимость оформления и доставки заказа составляет 54 руб.

Организуйте поставку кефира в санаторий в течение одной санаторной смены.

**5.8.** Какое количество товара заказывать и по какой цене, каковы затраты при оптимальной организации управления затратами? Известно, что интенсивность потребления товара 320 штук/день; затраты на оформление заказа K=20 руб.; затраты на хранение запаса s = 2 руб. /шт.\*дн.; исходная цена C = 5 руб./шт.; цена с первой скидкой 4 руб./шт.; цена со второй скидкой 3 руб./шт.; точки разрыва цен ;  шт.

**5.9.** Какое количество товара заказывать и по какой цене, каковы затраты при оптимальной организации управления затратами? Известно, что интенсивность потребления товара 0,460 тонн/день; затраты на оформление заказа K=20 руб.; затраты на хранение запаса s = 4,2 руб. /т\*дн.; исходная цена C = 10 руб./т.; цена с первой скидкой 7 руб./т.; цена со второй скидкой 3 руб./т.; точки разрыва цен т;  т.

**5.10.** Какое количество товара заказывать и по какой цене, каковы затраты при оптимальной организации управления затратами? Известно, что интенсивность потребления товара 240 штук/день; затраты на оформление заказа K=30 руб.; затраты на хранение запаса s = 3 руб. /шт.\*дн.; исходная цена C = 6 руб./шт.; цена с первой скидкой 5 руб./шт.; цена со второй скидкой 3 руб./шт.; точки разрыва цен ;  шт.

**ЛИТЕРАТУРА *\*)***

Основная

1. *Н.Ш. Кремер* Исследование операций в экономике. - М.: ЮНИТИ, 2001-2007.

2. *И.В. Орлова* Экономико-математическое моделирование. Практическое пособие по решению задач - М.: ВЗФЭИ. Вузовский учебник, 2004. (Пособие по решению в EXCEL.)

3. *Т.В. Алесинская*  Учебное пособие по решению задач по курсу "Экономико-математические методы и модели". Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2002.

4. А.Р. Урубков. Курс МВА по оптимизации управленческих решений. Практическое руководство по использованию моделей линейного программирования. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2006. (Пособие по решению в EXCEL.)

Дополнительная

1. М.Ю. Афанасьев, Б.П. Суворов. Исследование операций в экономике: модели, задачи, решения. – М.: ИНФРА-М, 2003.

2. *М.Ю. Афанасьев*, К.А. Багриновский, В.М. Матюшок. Прикладные задачи исследования операций: Учебное пособие. – М.: ИНФРА-М, 2006.

3. *М.Г. Зайцев, С. Е. Варюхин.* Методы оптимизации управления и принятия решений. Примеры, задачи, кейсы. – М.: Издательство « Дело», 2008 ([www.hcxl.ru](http://www.hcxl.ru) )

4. М.Г. Зайцев. Методы оптимизации управления для менеджеров: Компьютерно-ориентированный подход: Учебное пособие. – М.: Дело, 2005.

*\*)* Книги авторов, выделенных курсивом, имеются в библиотеке вуза. Книга Т.В. Алесинской – в электронном виде. Книга М.Г. Зайцева, С. Е. Варюхина – на сайте авторов [www.hcxl.ru](http://www.hcxl.ru)