МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ НЕФТИ И ГАЗА
имени И. М. Губкина

Л. Н. РАИНКИНА

ГИДРОМЕХАНИКА

Учебное пособие по решению задач

Допущено Учебно- методическим объединением
вузов Российской Федерации
по высшему нефтегазовому образованию
в качестве учебного пособия
для студентов вузов нефтегазового профиля
по направлению подготовки дипломированных специалистов
«Нефтегазовое дело»

Москва 2005

УДК 621.65: 532.001.2 (075)

Р18

Раинкина Л. Н. Гидромеханика. Учебное пособие по решению задач
(2-ое издание) – Москва, РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина, 2005. – 119 с., ил.

ISBN S-7256-0342-X

В пособии рассмотрены основные вопросы теории статики и динамики жидкостей на примерах решения стандартных задач. Приведены примеры расчетов, задания для выполнения расчетно-графических и контрольных работ и методические указания по их выполнению.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлению «Нефтегазовое дело».

Рецензенты:
Кафедра нефтяной и подземной гидромеханики РГУ им. И.М. Губкина (зав. кафедрой д.т.н., профессор Кадет В. В.).
Д.т.н., профессор Басниев К. С.

ISBN S-7256-0342-X

ВВЕДЕНИЕ

Перед вами, уважаемый читатель, учебное пособие, которое призвано помочь вам в изучении дисциплины «Техническая гидромеханика» (гидравлика) и выполнении контрольных работ.

Гидромеханика изучает законы, условия равновесия и движения жидкостей и способы применения этих законов для решения практических задач.

Законы гидромеханики на практике применяются везде, где в технологических процессах используется неподвижная или движущаяся жидкость.

Законы гидромеханики– основа расчетов в нефтегазовом деле.

Основная цель при изучении гидромеханики – ***научиться решать задачи***.

Чтобы научиться решать задачи, необходимо:

- Изучить и хорошо понимать ***АЗБУКУ технической гидромеханики*** – содержание основных понятий, таких как давление в жидкости, сила давления жидкости на поверхность, энергия, расход, средняя скорость, напор и др.
- Знать и понимать законы механики, определяющие ***условия равновесия***[1] ***жидкости и твердого тела*** в жидкости.
- Знать и понимать ***законы сохранения*** массы и энергии.

ЗАПОМНИТЕ!

Решать гидромеханические задачи по аналогии, используя некий набор стандартных формул, ***без понимания смысла того, что вы делаете*** – самое неблагодарное занятие и пустая трата времени для вашего образования.

Эта книга не только пособие по решению задач. В ней приведены также сведения, поясняющие смысл и содержание основных понятий и законов гидромеханики.. Например, во втором разделе рассказывается о происхождении различных сил, раскрывается их физическая природа. На первый взгляд, излагаемая

[1] Под равновесием в механике понимают неподвижность или равномерное движение.

здесь информация не имеет непосредственного отношения к теме. В конце концов, можно успешно решать задачи и не знать, что знакомая всем нам до боли сила тяжести есть следствие искривления пространства, в котором мы с вами живем. Можно, но..... Нет нужды напоминать вам, читатель, что неучет даже одной силы при решении задачи зачастую сводит на нет результат трудоемкой работы. Чтобы правильно решить задачу, необходимо “увидеть” все без исключения силы. А это можно сделать только в том случае, если хорошо понимать, откуда эти силы берутся.

Эта книга рассчитана на любознательного читателя, умеющего думать, или, по крайней мере, желающего научиться думать.

ВНИМАНИЕ!

Перед выполнением контрольных работ НЕОБХОДИМО изучить методику решения стандартных задач.

В помощь вам, уважаемый читатель, рекомендуются следующие учебные пособия и учебники:

1. Розенберг Г. Д. Сборник задач по гидравлике и газодинамике для нефтяных вузов. –М: Недра, 1990.
2. Рабинович Е. З., Евгеньев А. Е. Гидравлика.- М: Недра, 1987.

РАЗДЕЛ 1

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Курс состоит из двух частей - гидростатики и гидродинамики. Ниже перечислены основные задачи, которые Вы, уважаемый читатель, должны научиться решать после изучения курса гидромеханики.

ГИДРОСТАТИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ –

основаны на условиях равновесия жидкости и твердого тела в жидкости

- Определение гидростатического давления по основному уравнению гидростатики.
- Принципы действия приборов для измерения давления. Связь между показаниями мановакуумметров и абсолютным давлением.
- Задачи с использованием основных законов гидростатики: закона Паскаля, закона Архимеда, закона Гука.
- Определение давления в жидкости и сил давления жидкости на поверхности твердого тела для двух случаев:
  1) Резервуар с жидкостью неподвижен (абсолютный покой);
  2) Резервуар с жидкостью движется поступательно с ускорением или вращается с постоянной угловой скоростью (относительный покой).
- Решение инженерных задач с использованием условий равновесия жидкости и твердого тела в жидкости.

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ –

основаны на законах сохранения массы и энергии

- Определение потерь напора на преодоление гидравлических сопротивлений.
- Расчет трубопроводов для перекачки жидкостей и газов– определение расхода, давления, диаметра трубопровода.
- Определение скорости и расхода при истечении жидкости через отверстия и насадки различных типов.
- Кавитационные расчеты.

- Определение повышения давления при гидравлическом ударе.
- Расчет газопроводов.

Вопросы для самопроверки

Гидростатика

1. Объясните физический смысл понятий: абсолютное гидростатическое давление в жидкости, давление столба жидкости (весовое давление), манометрическое и вакууметрическое давление, давление насыщенного пара жидкости, давление жидкости в точке поверхности твердого тела, сила давления жидкости, центр тяжести плоской фигуры, центр весового давления жидкости, сила внешнего давления на поверхность твердого тела, плотность жидкости, модуль объемной упругости.
2. Основные законы гидростатики: закон Гука, закон Паскаля, закон сохранения энергии (основное уравнение гидростатики), закон Архимеда.
3. Сформулируйте условия равновесия жидкости.
4. Сформулируйте условия равновесия твердого тела, находящегося под действием силы давления со стороны жидкости и других сил (силы тяжести, силы упругости пружины, силы трения покоя, силы атмосферного давления и др.).
    - В случае возможного поступательного перемещения.
    - В случае возможного вращательного движения (при наличии оси поворота).
5. Принципы измерения давления в жидкости. Формулы связи между показаниями приборов и абсолютным давлением.
6. Как определить силу давления столба жидкости на плоскую поверхность твердого тела (модуль. направление, точку приложения)?
7. Как определить силу давления газа на плоскую поверхность твердого тела (модуль. направление, точку приложения)?
8. Теорема Вариньона. Как определить сумарную силу давления на плоскую поверхность твердого тела (модуль. направление, точку приложения)?
9. Сформулируйте условия плавания тел.
10. Кавитация в жидкости. Следствия кавитации на примере всасывающего трубопровода насоса.
11. Определение давления и сил давления при поступательном перемещении с ускорением и при вращении резервуара с жидкостью.

Гидродинамика

1. Объясните физический смысл понятий: вязкость жидкости, местная и средняя скорость, расход (объемный. массовый и весовой), смоченный периметр, гидравлический диаметр, энергия - полная, удельная, кинетическая, потенциальная энергия положения, потенциальная энергия давления, работа, разница между энергией и работой, коэффициент полезного действия механизма, динамический и кинематический коэффициенты вязкости, вязкость пластическая и эффективная, ньютоновские и неньютоновские жидкости, вязкопластичная жидкость.
2. Сформулируйте закон сохранения массы при движении жидкости и газа. В каком случае закон сохранения массы эквивалентен закону сохранения объёмного расхода?
3. Напишите уравнение Бернулли для идеальной и реальной жидкости в виде:
   - баланса полных энергий;
   - баланса энергий на единицу веса (напоров);
   - баланса энергий на единицу объема.
4. Какие типы гидравлических сопротивлений вы знаете? По какой причине появляются сопротивления по длине потока? На что затрачивается энергия при прохождении жидкости через местные гидравлические сопротивления?
5. Как определить режим движения ньютоновской жидкости? Вязкопластичной жидкости?
6. Какой физический смысл числа $\boldsymbol{Re}$?
7. Почему критическое число Рейнольдса $\boldsymbol{Re_{кр}}$ в вязкопластичной жидкости меньше, чем в ньютоновской?
8. От каких факторов зависит коэффициент гидравлического трения при ламинарном режиме? При турбулентном режиме? Что такое гидравлически гладкая труба? Гидравлически шероховатая труба? Каким образом можно превратить гидравлически гладкую трубу в гидравлически шероховатую?
9. Методика применения уравнения Бернулли для решения практических задач. Принцип выбора сечений и плоскости сравнения. Что означает каждое слагаемое в уравнении Бернулли? В каких случаях можно пренебрегать скоростью движения жидкости в сечениях потока?
10. Три основные задачи расчета трубопроводов и пути их решения. Методы решения трансцендентных уравнений (графический и численные).
11. Кавитационный расчет всасывающего трубопровода насоса.
12. Основы расчета газопрводов.
13. Определение расхода и скорости при истечении жидкости. Сравнение истечения через отверстия и насадки различных типов. Всасывающий эффект насадка. Кавитация в насадке.
14. От каких факторов зависит повышение давления при гидроударе? Способы борьбы с гидроударом.

Ответы на основные вопросы, необходимые для понимания курса, даются в пособии при решении стандартных задач.

РАЗДЕЛ 2

ОСНОВЫ ГИДРОСТАТИКИ

2. 1. СИЛЫ

Сила - ***количественная мера взаимодействия двух тел.***

Две категории сил:

- Массовые - пропорциональны массе тела В механике это сила тяжести $G=m\cdot g$ и сила инерции $F_и=m\cdot a$.
- Поверхностные силы. Они появляются на контакте двух тел и имеют электромагнитное происхождение. В механике жидкости это силы давления жидкости на стенки, реакции поверхностей, силы давления газа и др.

Проявления действия сил:

- Тела деформируются.
- При движении и наличии неуравновешенной силы появляется ускорение.

Единица силы - ньютон (Н) невелика по человеческим меркам. Одним мизинцем можно приложить силу в несколько ньютонов.

Законы Ньютона

Первый закон: *Если равнодействующая всех сил, действующих на тело, равна нулю, то тело находится в состоянии покоя или движется с постоянной скоростью.*

Второй закон: *При наличии неуравновешенной силы* F *тело движеся с ускорением* a. *При этом* $F=ma$.

Третий закон: *При взаимодействии всегда есть две силы. Они равны по величине, противоположны по направлению и приложены к разным телам.*

2.1.1. СИЛЫ ТЯГОТЕНИЯ

Силы тяготения играют огромную роль в жизни нашей планеты. Без тяготения не существовали бы ни океаны воды, ни воздушный океан. Весь климат планеты определяется взаимодействием двух основных факторов: солнечной деятельности и земного притяжения.

Гравитация не только удерживает на Земле людей, животных, воду и воздух, но и сжимает их. Это сжатие у поверхности Земли не столь уж велико, но роль его немаловажна. Всем известно, что утонуть кораблю мешает знаменитая сила Архимеда. А ведь она появляется благодаря тому, что вода сжата тяготением с силой, увеличивающейся с ростом глубины.

Закон всемирного тяготения

Открыт великим Ньютоном в 1682 году: *Сила взаимного притяжения любых двух тел, размеры которых гораздо меньше расстояния между ними, пропорциональна произведению масс этих тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния между этими телами.*

Так, сила притяжения G между телом массой m и Землей равна:

$$G = g \cdot m \cdot M / r^2,$$

где M - масса Земли, g - гравитационная постоянная, r - расстояние от поверхности Земли до ее центра (радиус Земли).

Введем обозначение: $g \cdot M / r^2 = g$ - ускорение свободного падения. Тогда:

$$G = m \cdot g.$$

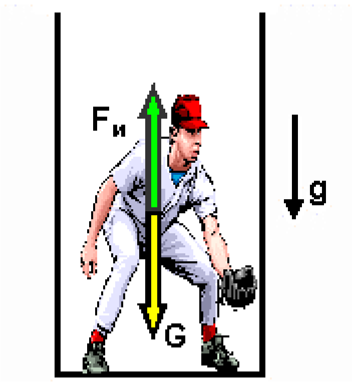
Это уравнение подтверждает необыкновенное свойство гравитационных сил, установленное экспериментально: ***гравитационные силы сообщают** всем **телам одинаковое ускорение**, которое не зависит ни от состава, ни от строения, ни от массы самих тел.*

Сформулировав свой знаменитый закон всемирного тяготения, Ньютон поставил перед наукой глубочайший вопрос: что такое гравитация, какова ее природа, как передается взаимодействие между тяготеющими массами?

Сам Ньютон не мог объяснить природу тяготения вследствие состояния тогдашней науки, и только в 1916 году гений Альберта Эйнштейна и созданная им теория относительности позволили ответить на этот вопрос.

Принцип эквивалентности

Представьте себе, что вы находитесь в кабине “падающего лифта” (см. рисунок).



На тело массой m действует сила тяжести, равная $m \cdot g$ и сила инерции, направленная в сторону, противоположную ускорению и равная тоже $m \cdot g$ (если ускорение равно g). При этом **результирующая сила**, действующая на тело, **равна нулю**. Иначе говоря, гравитационные силы, явственно проявляющиеся в связанной с Землей системе отсчета, исчезают, если перейти в свободно падающую систему!

Принцип эквивалентности Эйнштейна заключается в следующем:

Тяготение в каждой точке пространства эквивалентно соответствующим образом подобранному ускорению системы отсчета.

Этот принцип с неизбежностью приводит к установлению теснейшей связи между гравитацией и геометрией.

Искривление световых лучей

Покажем, что световой луч, который является эталоном прямой линии, будет отклоняться в ускоренно движущейся системе отсчета.

Представьте себе, что вы едете в поезде. Идет дождь, и капли прочерчивают полоски на стеклах. Если поезд движется равномерно, то полоски будут прямыми. При ускоренном движении поезда они изогнутся. Прямые линии превратились в кривые!

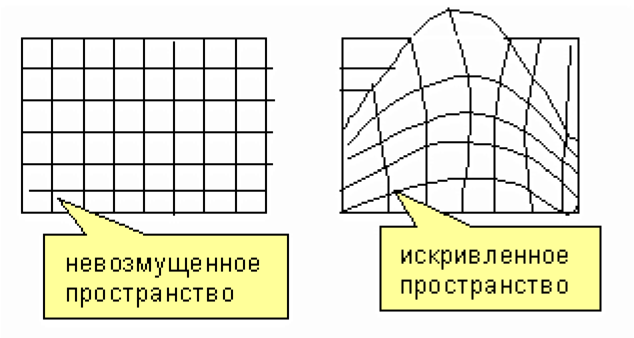
Вывод: *Ускорение системы отсчета меняет геометрию пространства.*

Связь тяготения с геометрией пространства

А теперь вспомним, что в соответствии с принципом Эйнштейна ускорение эквивалентно наличию тяготения. Следовательно, отклонение световых лучей, равно как и лучей, образованных потоками любых частиц, под влиянием тяготения неизбежно. Астрономические наблюдения подтверждают, что световые лучи отклоняются под влиянием тяготения в сторону солнца.

В повседневной жизни мы пользуемся привычной нам геометрией Евклида, которая базируется на ряде постулатов, таких, как: сумма углов треугольника равна ***180° ;*** отношение длины окружности к ее диаметру равно числу π ; через две точки можно провести только одну прямую линию; через точку, лежащую вне прямой, можно провести только одну прямую, параллельную данной...

Геометрическую модель нашего пространства, обладающего евклидовыми свойствами, можно легко вообразить, если представить себе резиновую пленку с нанесенной на нее сеткой (невозмущенное пространство).



Но вот мы надавили пальцем на какой-то участок пленки Этот участок растянулся, изменились углы между линиями, сумма углов треугольника сделалась отличной от p , произошло нарушение Евклидовой геометрии. Отметим, что, чем ближе находится участок пленки к оказывающему давление пальцу, тем сильнее он искривляется. Между действием пальца и действием масс, вызывающих тяготение, можно провести аналогию. Ведь от действия пальца в одном месте в других местах пленки появляются упругие натяжения, которые так и хочется сравнить с гравитационными силами (они, кстати, убывают с расстоянием почти так же, как тяготение).

Таким образом, мы с двух разных позиций - искривленного пространства и искривленных прямых пришли к выводу о неразрывной связи тяготения с геометрией.

Для того, чтобы лучше понять этот неожиданный и ошеломляющий вывод, перенесемся мысленно на другую планету, где сила тяготения в десятки миллионов раз больше, чем наша. На такой планете направленный горизонтально луч света не сможет преодолеть притяжения и будет огибать планету параллельно ее поверхности как спутник. Если такой луч света послать с помощью прожектора на одном полюсе, то он, обогнув поверхность планеты, дойдет до второго полюса и, миновав его, вернется в эту же точку - только с другой стороны. Немного повернув прожектор, мы получим другой луч, другую прямую, также проходящую через оба полюса.

Вывод: *на этой планете через две точки - в данном случае через два полюса - можно провести бесчисленное множество прямых линий!*

Кстати, эти "прямые" будут иметь вид окружностей и на этой удивительной планете каждый человек безо всяких зеркал может увидеть свой собственный затылок.

Вернемся, однако, на Землю и подведем итоги. Мы живем не в плоском, а в искривленном мире. Кривизна этого мира может дать иллюзию силы притяжения и эффект силы притяжения есть единственное, в чем такая кривизна может проявляться.

Кривизна пространства (точнее следует говорить о кривизне пространства - времени) на Земле ничтожна, что позволяет применять на практике геометрию Евклида и приводит к малости гравитационных сил (сила взаимного притяжения двух людей среднего веса при расстоянии между ними в один метр не превышает 0,03 миллиграмма). Однако, несмотря на свою малую величину, гравитационные силы играют огромную роль в нашей жизни.

2.1.2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ СИЛЫ

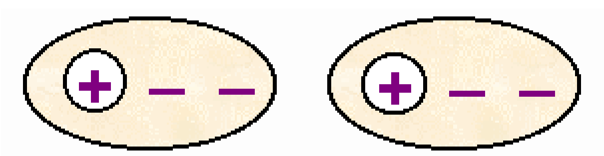
В природе по современным данным имеется не более четырех типов взаимодействий: всемирное тяготение и электромагнитные взаимодействия имеют место в ньютоновской механике, а ядерные и слабые взаимодействия - в атомных ядрах при взаимном превращении элементарных частиц.

Силы упругости, которые позволяют твердым телам сохранять свою форму, препятствуют изменению объема жидкостей и сжатию газов; силы трения, тормозящие движение твердых тел, жидкостей и газов - все это электромагнитные силы. В их основе лежит взаимодействие между электрически заряженными частицами.

В реальной жизни мы встречаемся с электромагнитными взаимодействиями между нейтральными системами - атомами и молекулами. Этот тип электромагнитных сил называется молекулярным или силами Ван-дер-Ваальса, по имени голландского ученого, который впервые ввел их в теорию газов при попытке объяснить превращение газа в жидкость.

На значительных расстояниях ни атомы, ни молекулы не отталкиваются, а стремятся друг к другу. Молекулярные силы на большом расстоянии - это силы притяжения.

Электрическое поле системы электрон-ядро не имеет полной шаровой симметрии. При сближении с другим атомом это поле возмущает движение электрона соседнего атома таким образом, что “центр тяжести” отрицательного заряда оказывается смещенным относительно ядра. Каж-



дый атом (или молекула) поляризуют своего соседа, и он превращается в диполь, в котором заряды противоположных знаков пространственно разделены.

У многих веществ, например у воды, молекулы при своем рождении сразу же оказываются подобными электрическому диполю. Такие молекулы своим электрическим полем вызывают поляризацию соседей и появление сил притяжения. ***Силы Ван-дер-Ваальса*** *- следствие некоторого преобладания притяжения над существующим одновременно отталкиванием,* они резко убывают с увеличением расстояния (обратно пропорциональны седьмой степени расстояния!).

Силы Ван-дер-Ваальса не способны объяснить образование молекул. При сближении атомов начинают работать химические (обменные) силы, которые приводят к коллективизации внешних (валентных) электронов двух соединяющихся атомов. Эти электроны, проходя между ядрами, компенсируют их отталкивание и образуется устойчивое соединение (молекула).

Наличие химических и молекулярных сил позволяет объяснить и понять структуру газов, жидкостей и твердых тел и, в конечном итоге, их поведение под действием внешних сил.

2.1.3. УПРУГИЕ СИЛЫ

В реальных газах и жидкостях из сил притяжения действуют только силы Ван-дер-Ваальса, а в твердых телах еще и обменные (химические) силы. Силы Ван-дер-Ваальса удерживают молекулы жидкости друг возле друга на близких расстояниях порядка размера самих молекул. Если попытаться жидкость сжать, то при сближении молекул между ними начнут быстро нарастать силы отталкивания. Вследствие того, что молекулы расположены очень тесно, уже при незначительном сближении силы отталкивания достигают очень большой величины.

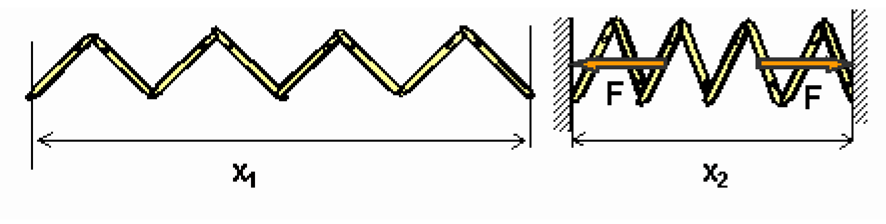
Для упругих тел напряжения (силы, действующие на единичную площадь) прямо пропорциональны деформациям. Это **закон Гука**, который для жидкостей имеет вид:

$$p=-E\cdot \Delta V/V,$$

где p - сжимающее напряжение (гидростатическое давление), ΔV - изменение объёма, а V - первоначальный объём.

Величину сил отталкивания и характеризует **модуль объемной упругости** E, который, например, для воды равен $2\cdot 10^9$ *Па*. Нетрудно понять, что при сжатии твердых тел силы отталкивания еще больше (модуль объемной упругости для стали равен $2\cdot 10^{11}$ *Па*).

Упругие силы возникают в твердых телах не только при объемном, но и при линейном сжатии. Например, если поместить пружину в некое гнездо, предварительно уменьшив ее линейный размер на величину x, в ней возникает упругая сила F.



$F = k\cdot x$, где **x**- предварительное поджатие пружины, $x=x_1-x_2$, а k - коэффициент жесткости, зависящий от материала пружины, ее размера и способа изготовления.

Так же просто объяснить, почему жидкость текуча и не способна сохранять свою форму. Под действием внешней силы перескоки молекул жидкости происходят в направлении действия силы, и жидкость в результате течет. Однако необходимо, чтобы время действия силы было много больше времени оседлой жизни молекул, в противном случае сила вызовет лишь упругую деформацию сдвига и жидкость при этом будет тверда, как сталь (вязко-упругие жидкости).

Молекулы газа расположены далеко друг от друга и молекулярное притяжение не властно над ними. Газообразное вещество не может сохранять не только форму, но и объем. Как бы мы не расширяли сосуд, содержащий газ, он заполнит его целиком без каких-либо усилий с нашей стороны.

Итак:

Твердые тела. Атомы твердого тела занимают определенное место в пространстве, образуя кристаллическую решетку. Они расположены близко друг к другу и, вследствие молекулярных и химических сил, не в силах разорвать "путы", связывающие их с ближайшими соседями. Правда, из-за теплового движения они могут совершать колебания около положения равновесия. Твердое тело сохраняет постоянными объём и форму. Их трудно изменить, даже прикладывая к нему значительную силу.

Жидкости. Жидкость - беспорядочная, тесно сжатая "толпа" молекул, беспокойно толкущихся на месте. Молекула жидкости, зажатая, как в клетке между другими молекулами, колеблется около положения равновесия. Лишь время от времени она совершает прыжок, прорываясь сквозь "прутья клетки", но тут же попадает в новую клетку, образованную новыми соседями. Время оседлой жизни молекулы продолжается около десятимиллионной доли секунды.

Жидкости не противостоят напряжениям сдвига и не сохраняют постоянной формы. Они принимаюм форму сосуда, в котором находятся. Но, как и твердые тела, жидкости практически не поддаются сжатию и их объём можно изменить лишь с помощью очень большой силы.

Газы. Молекулы (или атомы) газа стремительно, как бегуны спринтеры, проносятся в пространстве, заполненном газом. Расстояния между ними значительно превышают их собственные размеры, молекулярные силы отсутствуют. Непрерывно сталкиваясь друг с другом, молекулы газа резкими зигзагами бросаются из стороны в сторону. Барабанная дробь бесчисленных молекул о стенки сосуда (равно как и о поверхность жидкости) создает давление.

Газы не обладают ни определенной формой, ни определенным объёмом - они полностью заполняют сосуды, в которых находятся.

2.1.4. СИЛА ДАВЛЕНИЯ СТОЛБА ЖИДКОСТИ

Сила давления - мера взаимодействия между жидкостью и стенкой. Она появляется потому, что жидкость на практике всегда находится в деформированном (сжатом) состоянии. На неё действуют собственный вес, реакции стенок и другие сжимающие силы . В результате деформации в жидкости появляется сжимающее напряжение, которое мы называем абсолютным давлением.

Необходимо определить силу давления жидкости на поверхность, имеющую ось симметрии и наклоненную под углом к горизонту. Форма поверхности значения не имеет. Она может быть круглой, треугольной, прямоугольной, трапецеидальной.

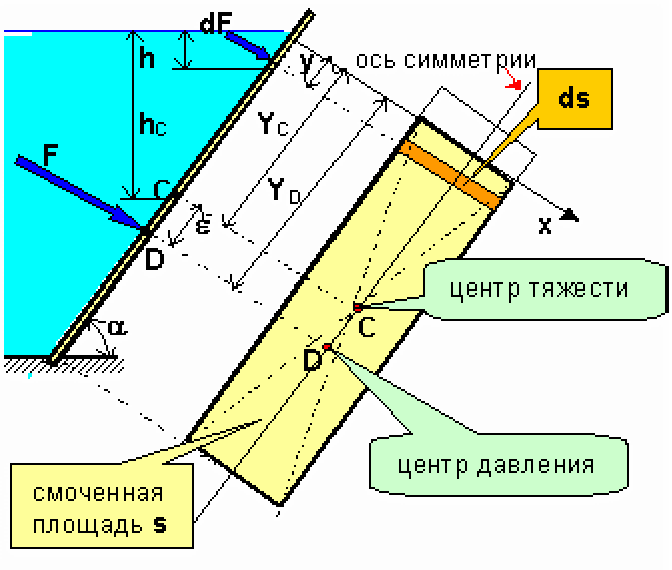
Абсолютное давление на поверхности контакта между жидкостью и стенкой определяет степень сжатия жидкости в окрестности точки. По III-му закону Ньютона сжатая жидкость оказывает на поверхность такое же давление, но с противоположным знаком (аналогия со сжатой пружиной). Сумма воздействий жидкости на поверхность во всех её точках определяет суммарное давление на поверхность, или силу давления.

Рассмотрим простейший случай, когда резервуар открытый, и на свободную поверхность жидкости действует атмосферное давление. Атмосферное давление передается по закону Паскаля через жидкость и действует на стенку изнутри. Так как снаружи также действует атмосферное давление, то в результате оно уравновешивается и не влияет на стенку.

Итак: в открытом резервуаре соприкасающие с жидкостью поверхности находятся под воздействием только весового давления (давления столба жидкости).

Сила давления столба жидкости - это вектор. Сила давления характеризуется величиной (модулем), направлением и точкой приложения.

- **Направление силы** всегда перпендикулярно площади стенки.
- **Величина силы** равна произведению площади стенки на давление в центре тяжести этой площади.



.$F = p_C \cdot s = \rho g h_C s$, где h_C - глубина погружения в жидкость центра тяжести площади стенки ***s***. Для доказательства разобъём смоченную жидкостью площадь ***s*** на площадки величиной ***ds***, которые ввиду малости можно считать горизонтальными. Во всех точках такой площадки давление столба жидкости можно считать одинаковым и равным $=\rho g h$. На площадку ***ds*** действует со стороны жидкости сила $dF = p \cdot s = \rho g h\, ds$. На всю площадь **s** будет действовать множество параллельных сил ***dF*** (увеличивающихся с глубиной из-за роста ***h***). Результирующая сила **F** представляет собой алгебраическую сумму составляющих сил ***dF***, то есть интеграл:

$$F = \int dF = \int \rho \cdot g \cdot h \cdot ds = \rho \cdot g \cdot Sin\alpha \cdot \int y \cdot ds.$$

где ***y*** - расстояние от любой площадки до поверхности жидкости, отсчитываемое в плоскости стенки. Произведение ***yds*** есть статический момент площади ***ds*** относительно оси ***x*** (ось **x** - линия пересечения поверхности жидкости с плоскостью стенки - линия уреза жидкости). Сумма таких произведений (интеграл) для всех площадок равна статическому моменту всей площади относительно оси x:

$$\int y \cdot ds = y_C \cdot s.$$

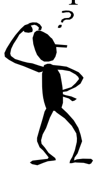
где y_C - расстояние до центра тяжести площади **s**, отсчитываемое в плоскости стенки.

Окончательно получим: $.F = \rho g Sin\alpha \cdot y_C \cdot s = \rho g h_C \cdot s$. Замечая, что $\rho g h_C$ есть давление в центре тяжести стенки (в точке **C**), окончательно получим:

$F = p_C \cdot s$.

- **Определение точки приложения силы давления (центра давления)**

Сила F пересекает площадь стенки в точке **D**, которая называется **центр давления**. Положение точки на плоскости определяется двумя координатами. Для симметричных стенок точка **D** должна лежать на оси симметрии.



Принципиальный вопрос: где же должна быть расположена точка приложения равнодействующей силы - выше или ниже центра тяжести площади стенки?

Ответ: **ниже**, поскольку с глубиной силы давления dF увеличиваются, а точка приложения равнодействующей параллельных сил всегда сдвигается к большей силе (теорема Вариньона - известный факт из теоретической механики).

Теорема Вариньона

Момент равнодействующей силы относительно произвольной точки (оси) равен сумме моментов составляющих сил относительно этой точки (оси).

Чтобы узнать, насколько ниже центра тяжести стенки приложена равнодействующая сила (определить величину **e**), применим теорему Вариньона относительно оси x. Здесь F - результирующая сила, её плечо равно y_D, dF - составляющие силы, плечо равно y.

$$F \cdot y_D = \int dF \cdot y = \int \rho g h \cdot y \cdot ds = \rho \cdot g \cdot Sin\alpha \int y^2 ds = \rho \cdot g \cdot Sin\alpha \cdot I_x .$$

Здесь $I_X = \int y^2 ds$ - момент инерции площади **s** относительно оси **x.**

Подставляя выражение для силы F и представляя момент инерции относительно оси x как сумму момента инерции относительно центральной оси и произведения площади на квадрат расстояния между осями $I_X = I_C + y_C^2 \cdot s$, получим:

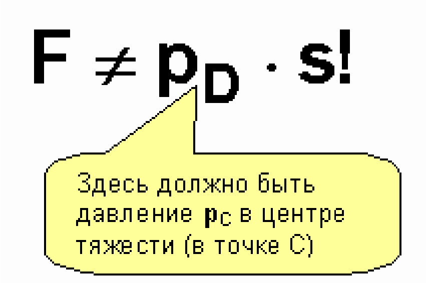
$$y_D = \frac{\rho \cdot g \cdot Sin\alpha \cdot I_x}{F} = \frac{\rho \cdot g \cdot Sin\alpha \cdot (I_C + s \cdot l_C^2)}{\rho \cdot g \cdot h_C \cdot s} = l_C + \frac{I_C}{s \cdot y_C}$$

Расстояние от центра тяжести до точки приложения силы $\varepsilon = y_D - y_C$ определяется так.

$$\varepsilon = \frac{I_C}{s \cdot y_C}.$$

где I_c - момент инерции площади стенки относительно горизонтальной центральной оси. Это справочная величина, например для круга $I_C = \pi d^4/64$. Величина y_C равна расстоянию от центра тяжести до свободной поверхности жидкости (по оси симметрии стенки).

Очень важно!



$F = p_C \cdot s.$

При определении величины силы в формулу подставляется давление в центре тяжести (в точке **C**), а сама сила приложена в центре давления (в точке **D**).

Распространенная студенческая ошибка: .$F = p_D \cdot s$. Кажется, с точки зрения "здравого смысла", что нужно подставлять в эту формулу давление в той же точке, где приложена сила. **Это неверно.**

РАЗДЕЛ 3

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГИДРОСТАТИКИ

Методику решения задач гидростатики рассмотрим на примере решения конкретной задачи.

3.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В резервуаре над жидкостью плотностью ρ находится газ. Давление газа p_0 может быть больше, чем атмосферное – тогда показание мановакуумметра равно $p_{м0}$. Если давление газа меньше, чем атмосферное - показание прибора равно p_{v0}.

В боковой стенке резервуара имеется прямоугольное отверстие с размерами $k \times m$. Центр тяжести отверстия находится на глубине h_0 под уровнем свободной поверхности жидкости (поверхности контакта жидкости с газом). Отверстие закрыто круглой крышкой 1, которая может поворачиваться вокруг оси A против часовой стрелки под действием момента от силы давления жидкости. Чтобы крышка не поворачивалась, к ней приложена сила R. Размеры a и b фиксируют положение оси вращения и точки приложения силы относительно центра тяжести отверстия.

В дне резервуара, на глубине H расположено круглое отверстие диаметра d. Отверстие закрыто крышкой 2, которая крепится болтами к резервуару. $p_{мH}$ – показание манометра, который установлен на уровне дна резервуара.

Дано: ρ; $p_{м0}$ (p_{v0}); h_0; H; a; b; k; m.

Определить:

1. Давление p_0.
2. Показание $p_{мH}$.
3. Силу R.
4. Силу F_2, отрывающую болты крышки.

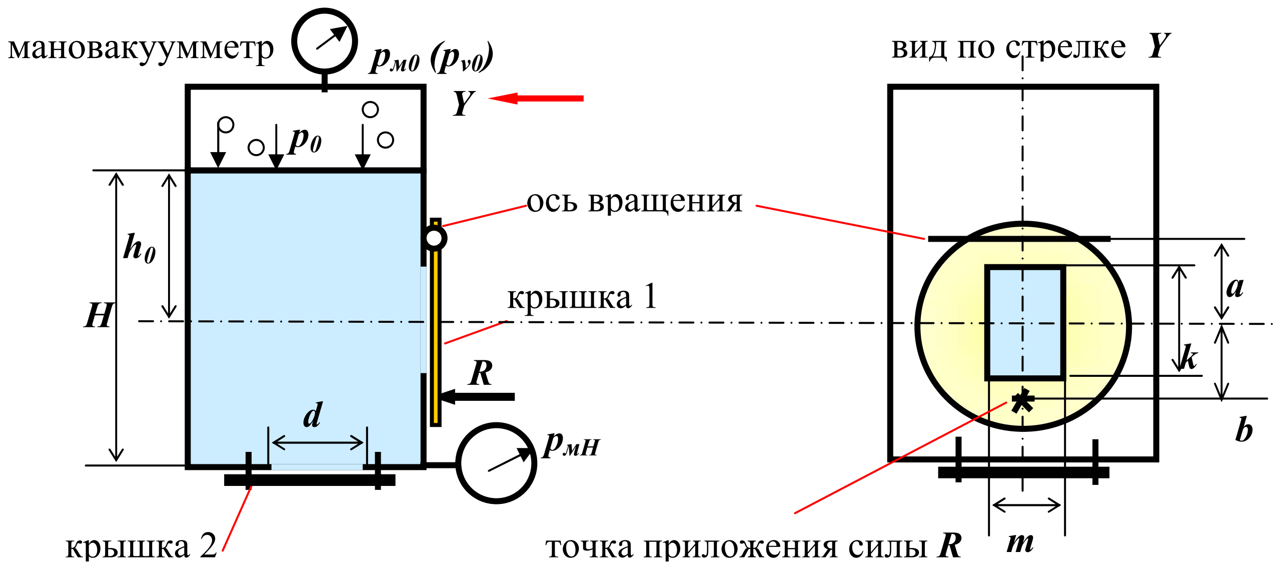
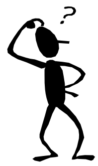


Рис.1

Схема к задаче



Откуда берутся силы, действующие со стороны жидкости на крышки?

Жидкость находится в неподвижном состоянии под силовым воздействием. Жидкость сжата со всех сторон силами реакции окружающих поверхностей, силой давления со стороны газа и собственным весом. В результате в ней возникают сжимающие напряжения (Рис.2).

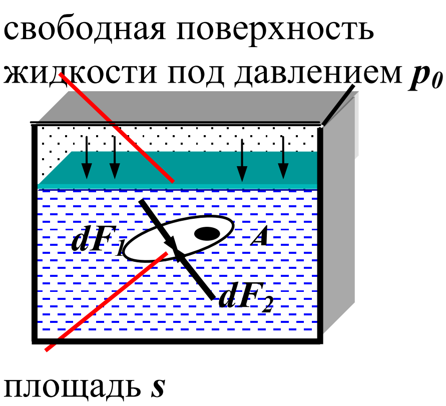


Рис.2

Определение давления

Выделим внутри жидкости вокруг точки A площадку ds. Сила dF_1 характеризует действие частиц, находящихся вверху площадки, а сила dF_2 - находящихся внизу площадки.

Вектор напряжения – предел отношения элементарной силы dF к площади ds при стремлении площади ds к нулю с сохранением ориентации площадки

$$\vec{p} = \lim_{ds \to 0} \frac{d\vec{F}}{ds}.$$

Вектор напряжения зависит от ориентации площадки. Их число – бесчисленное множество. Каждый вектор может иметь нормальную по отношению к площадке и касательную составляющую. В покоящейся жидкости отсутствуют касательные напряжения, и расстояния между молекулами в данной точке одинаковы по всем направлениям (так как в жидкости нет структуры). Поэтому напряжение в точке внутри жидкости это не вектор, а скалярная величина (не зависящая от направления).

Абсолютное гидростатическое давление – модуль вектора сжимающего напряжения в жидкости., а модули нормальных напряжений на всех площадках, проходящих через точку ***A***, равны между собой и называются абсолютным гидростатическим давлением.

$$p = \left|\vec{p}\right| = \lim_{ds \to 0} \frac{\left|\vec{dF}\right|}{ds}.$$

Давление – скалярная величина, имеющая размерность напряжения.

$$[p] = \frac{\text{сила}}{\text{площадь}} = \frac{\text{н}}{\text{м}^2} = \text{Па}.$$

Свойства гидростатического давления

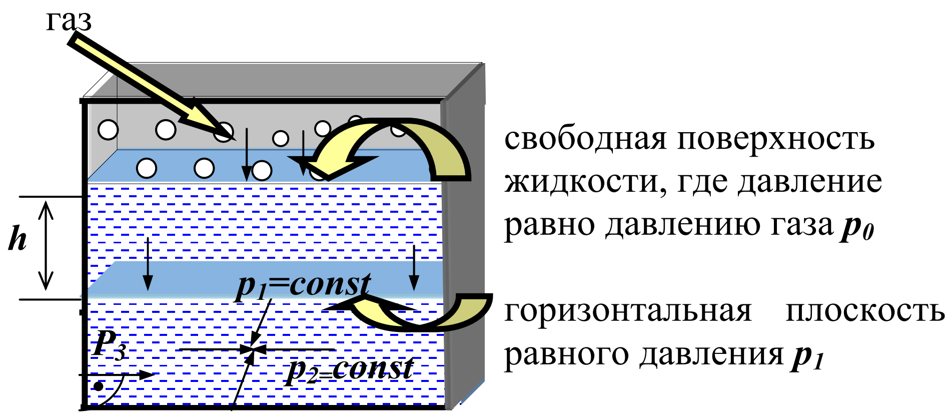


Рис.3

Иллюстрация к свойствам гидростатического давления

1. Во всех точках горизонтальной площади, проведенной через однородную жидкость, давление одинаково.

2. В данной точке внутри жидкости давление по всем направлениям одинаково. Это означает, что ***давление в жидкости на определенном уровне можно определять и сверху, и снизу, и слева, и справа***.

3. На внешней поверхности жидкости давление направлено перпендикулярно к поверхности. В противном случае на жидкость действовали бы касательные силы и она бы двигалась.

4. При перемещении в жидкости сверху вниз давление увеличивается:

$$p_3 > p_2 > p_1 > p_0 .$$

Молекулы жидкости, стремясь освободиться от сжимающих напряжений, в свою очередь оказывают силовое воздействие на окружающие поверхности (3[ий] закон Ньютона – действие равно противодействию!). В результате и возникают силы давления на крышки в нашей задаче.

Давление в газе

В идеальном газе отсутствуют связи между молекулами, поэтому давление газа имеет совсем другой физический смысл, чем давление в жидкости. Молекулы газа совершают хаотическое (броуновское) движение. При этом они ударяются о поверхность жидкости и теряют свой импульс. Как известно из теоретической механики, при изменении импульса появляется сила, в данном случае это сила давления газа на поверхность жидкости. ***Единичная (на единицу площади) сила давления и есть давление газа.***

Состояние газа определяется тремя параметрами – абсолютным давлением p, плотностью ρ и абсолютной температурой T, которые связаны уравнением состояния (уравнением Клапейрона).

$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T,$$

где R – газовая постоянная, R=287дж/кг·°K для воздуха.

Уравнение состояния можно записать в виде:

$$p/\rho = R \cdot T.$$

При увеличении температуры усиливается броуновское движение молекул и частота их ударов о поверхность. При этом давление газа увеличивается.

В малых объёмах давление газа одинаково во всех точках объёма. В больших объёмах давление газа уменьшается с высотой по экспотенциальному закону.

3.2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ

Абсолютное давление в жидкости можно вычислить по формуле (1), которая называется основным уравнением гидростатики, а также можно измерить с помощью приборов - мановакуумметров.

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h; \tag{1}$$

$$p_{вес.} = \rho \cdot g \cdot h, \tag{2}$$

где $p_{вес}$ – давление за счет веса жидкости (весовое давление или давление столба жидкости). Давление газа p_0 передается через жидкость на глубину h по закону Паскаля.

Основное уравнение гидростатики (1) связывает давления на двух горизонтальных плоскостях в жидкости.

Закон Паскаля: *Давление p_0, созданное на жидкость любым путем, передается во все точки объёма жидкости без изменения.*

Манометр – измеряет избыток абсолютного давления над атмосферным.

$$p_м = p - p_{ат}. \tag{3}$$

Вакуумметр - измеряет недостаток абсолютного давления до атмосферного.

$$p_v = p_{ат} - p. \tag{4}$$

Используя показания приборов, можно определить абсолютное давление по формулам пересчета (5) и (6).

$$p = p_{ат} + p_м; \tag{5}$$

$$p = p_{ат} - p_v. \tag{6}$$

Атмосферное давление $p_{ат}$ определяется по барометру. Если $p_{ат}$ не задано, оно принимается равным: $p_{ат}=10^5$Па=0,1МПа.

Возвращаемся к решению задачи.

1. Определяем абсолютное давление газа по показанию мановакуумметра:

$p = p_{ат} + p_{м0}$ - если давление газа больше атмосферного и прибор показывает $p_{м0}$;

$p = p_{ат} - p_{v0}$ - если давление газа меньше атмосферного и прибор показывает p_{v0}.

2. Определяем абсолютное давление в жидкости на глубине H по уравнению (1):

$p_H = p_0 + \rho{\cdot}g{\cdot}H = p_{ат} + p_{м0} + \rho{\cdot}g{\cdot}H$ - если давление газа больше атмосферного;

$p_H = p_0 + \rho{\cdot}g{\cdot}H = p_{ат} - p_{v0} + \rho{\cdot}g{\cdot}H$ - если давление газа больше атмосферного.

3. Определяем показание манометра $p_{мН}$:

$p_{мН} = p_H - p_{ат} = p_{ат} + p_{м0} + \rho{\cdot}g{\cdot}H - p_{ат} = p_{м0} + \rho{\cdot}g{\cdot}H$- если давление газа больше атмосферного;

$p_{мН} = p_H - p_{ат} = p_{ат} - p_{v0} + \rho{\cdot}g{\cdot}H - p_{ат} = - p_{v0} + \rho{\cdot}g{\cdot}H$- если давление газа меньше атмосферного.

Как определяется сила, с которой жидкость давит на соприкасающуюся с ней поверхность?

Поверхности, с которыми соприкасается жидкость, бывают плоские и криволинейные (в большинстве случаев цилиндрические или сферические).

Сила давления – вектор. Необходимо определить модуль силы, её направление и точку приложения. Методика определения сил давления на криволинейные поверхности здесь не рассматривается.

Для плоских поверхностей сила давления всегда перпендикулярна поверхности (Рис.3, ***3***^{е} свойство давления).

3.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛЫ ДАВЛЕНИЯ ЖИДКОСТИ НА ПЛОСКУЮ ПОВЕРХНОСТЬ

Рассмотрим простейший случай, когда сосуд открытый, и на свободную поверхность жидкости действует атмосферное давление (Рис.4).

Абсолютное давление в жидкости в данном случае на произвольной глубине ***h*** равно:

$$p_h = p_{am} + \rho \cdot g \cdot h.$$

Атмосферное давление передается по закону Паскаля через жидкость и действует на крышку изнутри. Так как снаружи также действует атмосферное давление, то в результате оно уравновешивается и не влияет на крышку.

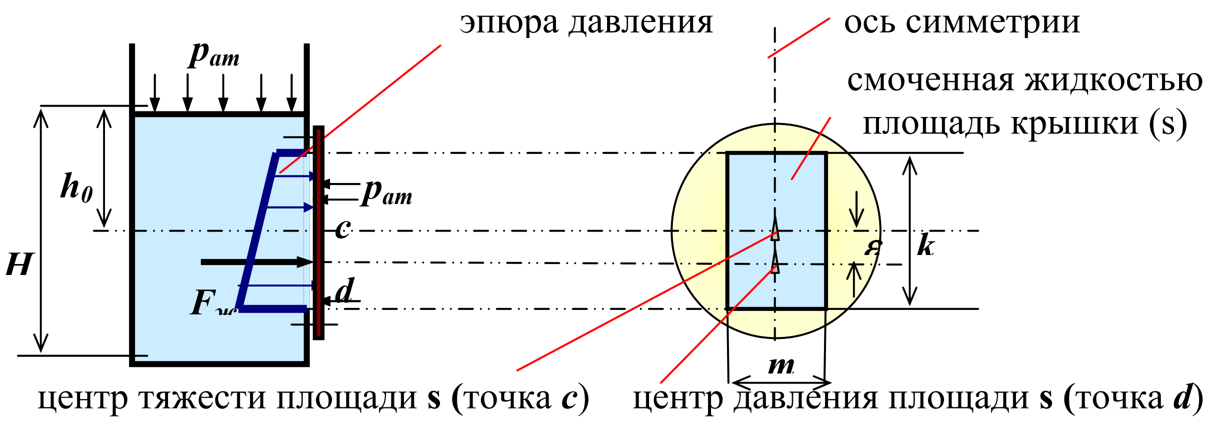


Рис. 4

Определение силы давления жидкости для открытого сосуда

Таким образом, в открытом сосуде соприкасающие с жидкостью поверхности находятся под воздействием только весового давления.

3.3.1. Графоаналитический способ определения силы и центра давления

На Рис.4 показано распределение весового давления по контуру стенки, которое называется эпюрой. Из теоретической механики известна связь между распределенной нагрузкой и сосредоточенной силой. Итак, графоаналитический способ:

Давление – распределенная нагрузка на поверхность. Сила давления равна объёму эпюры давления. Линия действия силы проходит через центр тяжести объёма эпюры. Точка пересечения линии действия силы давления и плоскости стенки – центр давления (точка d).

Суммарная сила давления на стенку в данном случае равна силе весового давления жидкости, так как силы атмосферного давления с обеих сторон стенки уравновещиваются.

$$F_{\Sigma} = F_{ж}.$$

На практике, если стенка переменной ширины (например, круглая как в данном случае), определить объём эпюры затруднительно. Поэтому используется аналитический способ.

3.3.2. Аналитический способ определения силы и центра давления

Этот способ описан в разделе 2.1.3 данного учебного пособия.

Модуль (величина) силы весового давления определяется так:

$$F_{ж} = p_c \cdot s = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot s \ ; \qquad (7)$$

$$p_c = \rho \cdot g \cdot h_c, \qquad (8)$$

где p_c- давление в центре тяжести площади s, s -площадь смоченной поверхности стенки;

h_c – глубина погружения центра тяжести под уровень свободной поверхности (расстояние по вертикали от свободной поверхности до центра тяжести).

ВНИМАНИЕ!

Площадь крышки по форме и по величине отличается от площади s, смоченной жидкостью. При определении силы давления в формулу следует подставлять смоченную площадь, которая равна площади отверстия.

Направление силы: всегда перпендикулярно поверхности.

Координаты точки приложения силы (центра давления) – это координаты точки на плоскости.

Положение точки на плоскости определяется двумя координатами.

1. Центр давления точка d лежит на оси симметрии стенки.

2. Расстояние ε по оси симметрии от центра тяжести до центра давления (Рис.4) определяется так:

$$\varepsilon = \overline{cd} = \frac{I_c}{s \cdot l_c}, \qquad (9)$$

где I_c –момент инерции площади s относительно горизонтальной оси (справочная величина, Приложение 1).

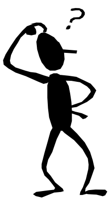
В данном случае $I_c = mk^3/12$; l_c –расстояние по контуру стенки от центра тяжести площади s до свободной поверхности жидкости.

В нашей задаче $l_c = h_0$.

ВНИМАНИЕ!

Если стенка не является вертикальной, $l_c \neq h_0$! В нашей задаче:

$$\varepsilon = \frac{mk^3}{12km \cdot h_0} = \frac{k^2}{12 \cdot h_0}.$$



Что изменится, если резервуар закрыт и на свободной поверхности жидкости давление не равно атмосферному (как в нашей задаче, Рис.1)?

Величина силы давления будет определяться по формуле :

$$F = p_c \cdot \omega \; ; \qquad (10)$$

$$p_c = p_0 + \rho \cdot g \cdot h - p_{am} , \qquad (11)$$

где p_c – результирующее давление в центре тяжести площади s (с учетом противодействующего атмосферного давления с другой стороны).

Но в этом случае величину ε нельзя определять по формуле (9).

$$\varepsilon = \overline{cd} \neq \frac{I_c}{s \cdot l_c} !$$

Формула (9) выведена для случая $p_0 = p_{am}$.

Точка приложения равнодействующей силы для закрытого сосуда определяется по правилам сложения параллельных сил.

3.3.3. Определение суммарной силы давления как равнодействующей системы параллельных сил

Сила давления жидкости на стенку слева (изнутри) $F_{лев}$ разбивается на две параллельные силы – силу внешнего давления F_0 и силу весового давления жидкости $F_ж$.

$$F_{лев.} = p_c \cdot s = (p_0 + \rho \cdot g \cdot h) \cdot s = p_0 \cdot s + \rho \cdot g \cdot h \cdot s = F_0 + F_ж .$$

С внешней стороны стенки действует сила атмосферного давления. Определяются по отдельности эти силы и точки их приложения. Далее находится суммарная сила как равнодействующая системы параллельных сил (Рис. 7).

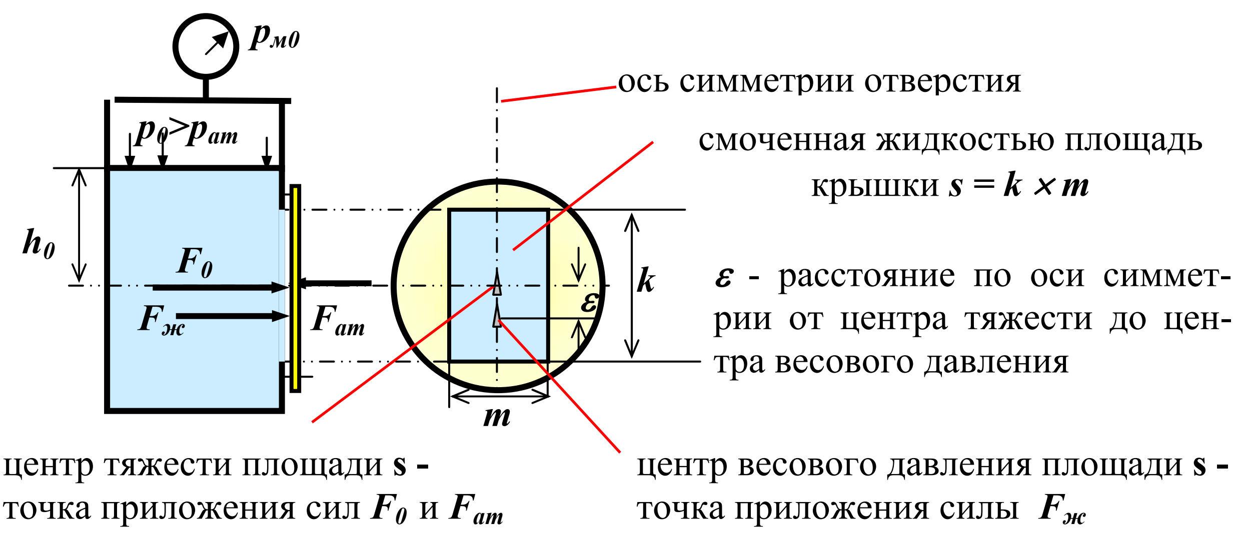


Рис. 7

Схема к определению равнодействующей системы параллельных сил

Рассмотрим случай, когда давление на свободную поверхность жидкости больше, чем атмосферное.

Итак, мы имеем систему трех параллельных сил.

- $F_0 = p_0 \cdot s$ - ***сила внешнего давления***, приложена в центре тяжести стенки, так как внешнее давление передается по закону Паскаля через жидкость и одинаковое во всех точках стенки.
- $F_ж = \rho \cdot g \cdot h \cdot s$ - ***сила весового давления*** жидкости, приложена ниже центра тяжести на величину ε (ε определяется по формуле (9)).
- $F_{am} = p_{am} \cdot s$ - ***сила атмосферного давления*** , приложена в центре тяжести стенки (атмосферное давление одинаковое во всех её точках).

Правило определения равнодействующей системы параллельных сил

Модуль силы – равен алгебраической сумме модулей составляющих сил.

Точка приложения – определяется с помощью теоремы Вариньона:

Теорема Вариньона:

Момент равнодействующей силы относительно произвольной точки равен сумме моментов составляющих сил относительно этой же точки.

! Применим это правило для нашей задачи

В качестве точки для составления уравнения моментов удобно выбрать центр тяжести стенки, так как силы внешнего давления F_0 и F_{am} проходят через эту точку и не образуют момента (их плечи равны нулю).

На Рис. 8 и Рис. 9 показаны расчетные схемы для случаев, когда давление газа на свободной поверхности соответственно больше и меньше атмосферного.

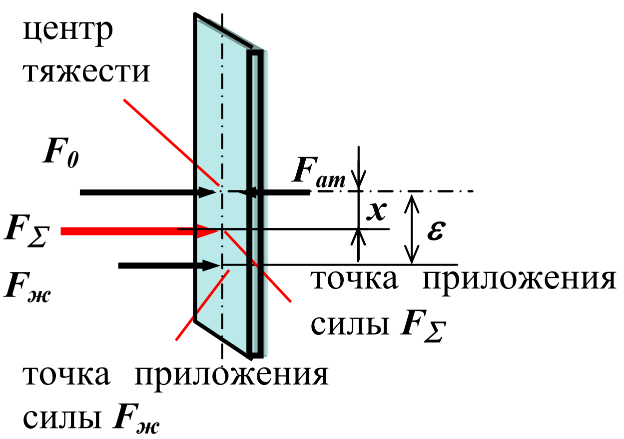


Рис. 8

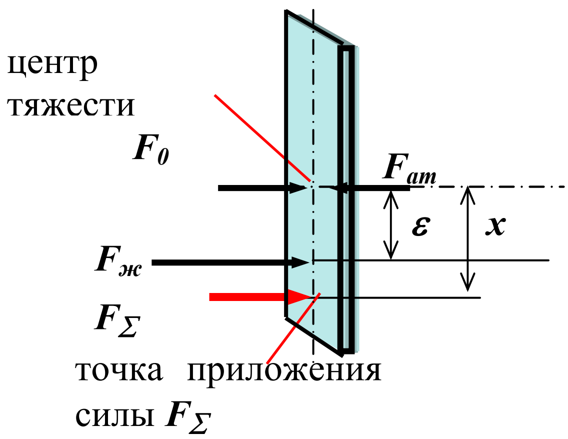


Рис. 9

При давлении на поверхности жидкости больше, чем атмосферное:

$$F_\Sigma = F_0 + F_ж - F_{am} = p_0 \cdot s + \rho \cdot g \cdot h_0 \cdot s - p_{am} \cdot s = (p_{0м} + p_{am} + \rho \cdot g \cdot h_0 - p_{am}) \cdot s = (p_{0м} + \rho \cdot g \cdot h_0) \cdot s;$$

$$M_c(F_\Sigma) = M_c(F_ж);$$

$$F_\Sigma \cdot x = F_ж \cdot \varepsilon;$$

$$x = \frac{F_ж \cdot \varepsilon}{F_\Sigma} = \frac{\rho \cdot g \cdot h_0 \cdot k^2 \cdot km}{12 h_0 \cdot (p_{0м} + \rho \cdot g \cdot h_0) \cdot km} = \frac{\rho \cdot g \cdot k^2}{12 \cdot (p_{0м} + \rho \cdot g \cdot h_0)};$$

При давлении на поверхности жидкости меньше, чем атмосферное:

$$F_\Sigma = F_0 + F_ж - F_{am} = p_0 \cdot s + \rho \cdot g \cdot h_0 \cdot s - p_{am} \cdot s = (p_{am} - p_{0v} + \rho \cdot g \cdot h_0 - p_{am}) \cdot s = (\rho \cdot g \cdot h_0 - p_{0v}) \cdot s;$$

$$M_c(F_\Sigma) = M_c(F_ж);$$

$$F_\Sigma \cdot x = F_ж \cdot \varepsilon;$$

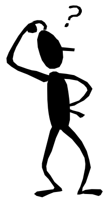
$$x = \frac{F_ж \cdot \varepsilon}{F_\Sigma} = \frac{\rho \cdot g \cdot h_0 \cdot k^2 \cdot km}{12 h_0 \cdot (-p_{0v} + \rho \cdot g \cdot h_0) \cdot km} = \frac{\rho \cdot g \cdot k^2}{12 \cdot (-p_{0v} + \rho \cdot g \cdot h_0)};$$

! **Вернемся к схеме нашей задачи** (Рис. 1)

3.4. РЕШЕНИЕ ИНЖЕНЕРНОЙ ЗАДАЧИ

Вспомним, что нам нужно определить не силу давления на крышку 1, а внешнюю силу $\boldsymbol{R}$ из условия, что крышка не поворачивается вокруг оси $\boldsymbol{A}$.

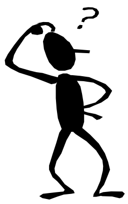
Отметим, что под действием силы давления $\boldsymbol{F}_{\Sigma}$ крышка будет отрываться от резервуара и жидкость будет вытекать. Здесь возникает практическая задача:



Каким образом можно закрепить крышку, чтобы она была неподвижна?

Существуют два широко распространенных способа решения этой задачи.

- ***Крышка прикрепляется к стенке резервуара с помощью болтового соединения или сварки***. При этом возникает сила реакции болтов или материала сварного шва и она остается неподвижной. Количество болтов, их размеры, толщина сварного шва определяются по законам теории сопротивления материалов.
- ***Крышка прижата к стенке резервуара внешней силой***, но может в нужный момент открываться, поворачиваясь вокруг некой оси, и пропускать жидкость (работает как гидравлический затвор или клапан).



Как связать силу давления на крышку с силой реакции болтов или с силой *R*?

Для этого используются условия равновесия твердого тела.

Условия равновесия твердого тела

- Если тело, находящееся под дейсвием сил, может перемещаться поступательно, но не перемещается, это означает, что:

Алгебраическая сумма проекций сил на ось возможного перемещения равна нулю.

- Если тело может поворачиваться вокруг некой оси, но не поворачивается, это означает, что:

Суммарный момент всех сил относительно оси поворота равен нулю.

Для определения силы $\boldsymbol{R}$ используем условие 2. На Рис. 10 представлены расчетные схемы для двух случаев – система действующих сил приведена к одной равнодействующей F_{Σ} (схема «а»), и система сил не приведена к равнодействующей (схема «б»). Разумеется, ответ должен получиться один и тот же.

Определение силы R

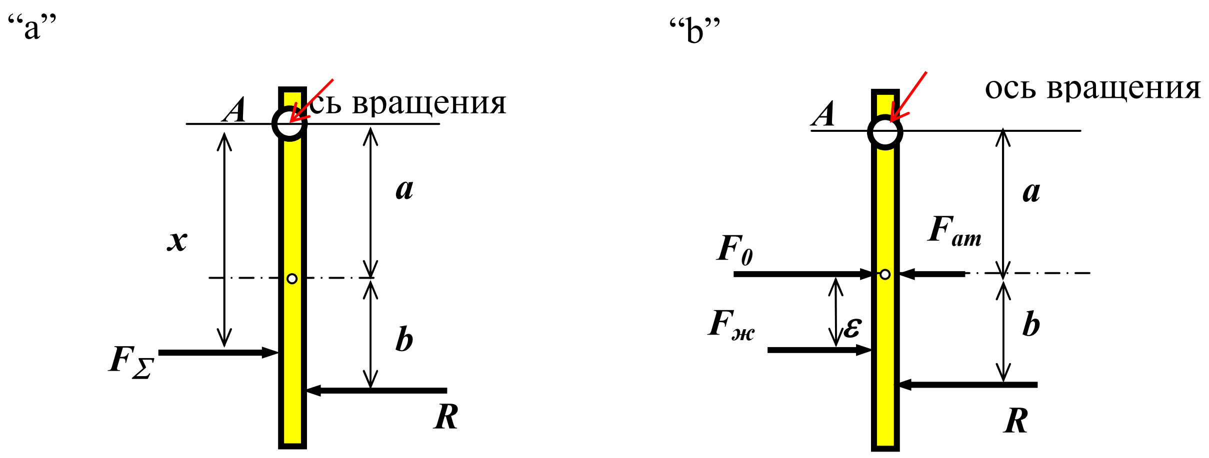


Рис. 10

К определению силы $\boldsymbol{R}$ двумя способами

Уравнение равновесия (неподвижности) крышки для схемы «а»:

$$F_{\Sigma} \cdot x - R \cdot (a+b) = 0.$$

Откуда:

$$R = F_{\Sigma} \cdot x / (a+b).$$

Величины F_{Σ} и x определены ранее (выражения (12) и (13).

Уравнение равновесия (неподвижности) крышки для схемы «b»:

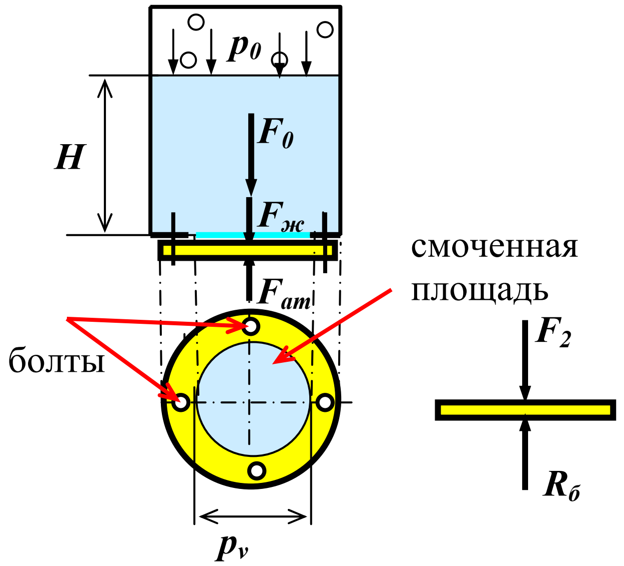
$$F_0 \cdot a + F_{ж} \cdot (a+\varepsilon) - F_{am} \cdot a - R \cdot (a+b) = 0.$$

Откуда:

$$R = (F_0 \cdot a + F_{ж} \cdot (a+\varepsilon) - F_{am} \cdot a) / (a+b).$$

Величины F_0, $F_{ж}$, F_{am} и ε определены ранее.

Определение силы, отрывающей болты крышки 2



$R_б$-сила реакции болтов

Рис. 11

Определение силы реакции болтов

- $F_0 + F_{ж} - F_{ат} = F_2$ - суммарная сила, действующая на крышку.
- $F_0 = p_0 \cdot s$ -сила внешнего давления, p_0 передается через жидкость на крышку по закону Паскаля.
- $F_{ат} = p_{ат} \cdot s$ - сила атмосферного давления.
- $F_{ж} = \rho \cdot g \cdot H \cdot s$ - сила весового давления жидкости.

Все силы приложены в центре тяжести - крышка горизонтальная.

Условие равновесия крышки:

$$R_б = F_2 .$$

РАЗДЕЛ 4

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ГИДРОСТАТИКЕ

Контрольное задание включает три задачи. Номер контрольного задания выдается преподавателем и состоит из двух цифр. Выбор варианта производится по последней цифре номера, а численных данных – по предпоследней цифре номера контрольного задания. Например, вариант 6.8 означает, что студент должен выполнить задачи 8, 18, 28 и в каждой задаче выбрать из таблицы численные данные по варианту 6.

Таблица вариантов

Вариант	**Номера задач**
0	**10, 20, 30**
1	**1, 11, 21**
2	**2, 12, 22**
3	**3, 13, 23**
4	**4, 14, 24**
5	**5, 15, 25**
6	**6, 16, 26**
7	**7, 17, 27**
8	**8, 18, 28**
9	**9, 19, 29**

В условиях задач могут быть не указаны физические свойства жидкости или некоторые другие параметры, которые выбираются из таблиц в Приложениях.

Методика решения всех задач, по существу, сводится к следующему.

- Записать уравнение или систему уравнений, выражающих условия равновесия самой жидкости и твердых тел, находящихся в жидкости под силовым воздействием.
- Решить полученную систему уравнений относительно неизвестной величины.

Все задачи решаются до конца в общем виде. Далее подставляются исходные данные в системе СИ и производятся вычисления с точностью до трех значащих цифр. Результат записывается в виде степени числа 10. Например, вычисляется давление и на калькуляторе получено число: 124576 Па. Результат нужно записать в виде:

$$p = 1{,}25 \cdot 10^5 \text{Па} = 0{,}125 \text{МПа}.$$

Задача 1

Для слива жидкости из хранилища имеется прямоугольный патрубок с размерами $a \times b$, закрытый крышкой. Крышка установлена под углом α к горизонту и может поворачиваться вокруг оси **А**. Уровень жидкости равен H.

Над поверхностью жидкости находится газ, давление которого может быть больше атмосферного (тогда показание мановакуумметра равно $p_{м0}$) или меньше атмосферного (тогда показание мановакуумметра равно p_{v0}). Внутри патрубка жидкости нет и на крышку действует атмосферное давление.

Определить силу T натяжения троса, необходимую для открытия крышки. Вес крышки не учитывать. Температура жидкости равна $t°$.

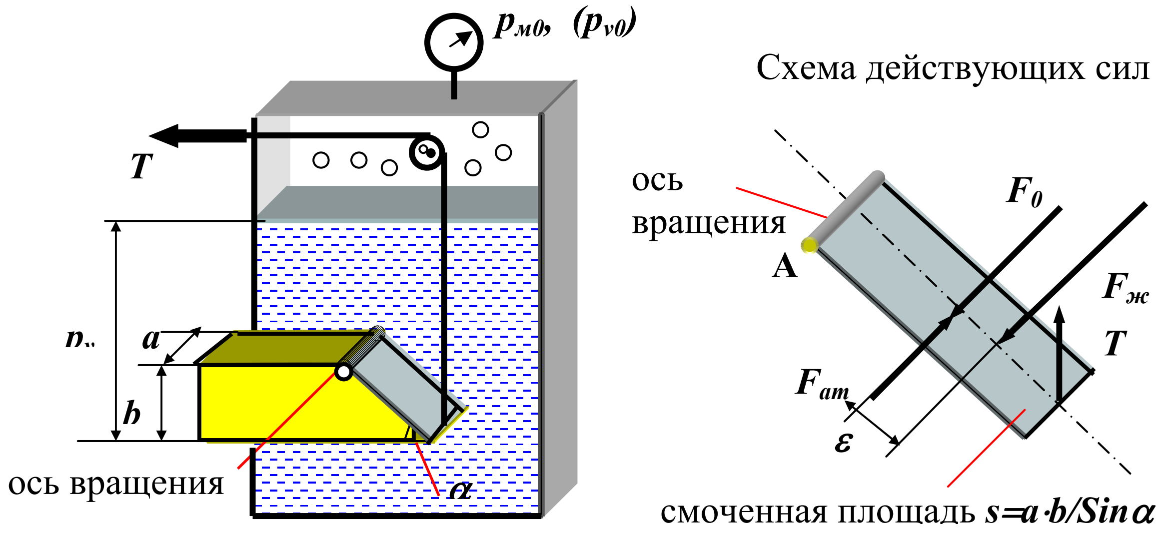


Рисунок к задачам 1, 2, 3

Указания

1. Используйте Приложение 1 для определения плотности жидкости, а Приложение 2 –для определения момента инерции прямоугольника.
2. Силы, действующие на крышку: F_0 -сила внешнего давления; $F_ж$-сила весового давления; $F_{ат}$ –сила атмосферного давления. T- натяжение троса.
3. $\sum M_A = 0$ –условие равновесия крышки, из которого определяется сила T.
4. При определении величины и точки приложения силы весового давления жидкости $F_ж$ обратите внимание, что в формуле (7) величина h_c – расстояние по вертикали от центра тяжести площади s до

поверхности жидкости, а l_c в формуле (9) для определения величины ε - расстояние по контуру стенки. $l_c = h_c / \mathrm{Sin}\alpha$.

Таблица исходных данных

Вари-ант	Темп-ра, t° С	H, м	a, м	b, м	Угол α, °	$p_{м0}$, кПа	P_{v0}, кПа	Жидкость
0	20	3,0	0,2	0,3	30	10	-	нефть
1	25	2,0	0,1	0,2	45	-	15	бензин
2	30	4,0	0,3	0,3	60	20	-	керосин
3	10	2,5	0,15	0,1	30	-	0	диз.топливо
4	15	3,5	0,2	0,2	60	25	-	нефть
5	5	3,2	0,15	0,2	45	-	20	бензин
6	20	3,5	0,25	0,3	45	40	-	керосин
7	35	4,5	0,25	0,1	30	-	30	диз.топливо
8	10	3,0	0,3	0,15	60	10	-	нефть
9	10	2,8	0,4	0,2	30	-	15	бензин

Задача 2

Решите задачу 1 при условии, что крышка имеет вес, равный G.

Указания:

Введите в уравнение равновесия крышки момент от силы G.

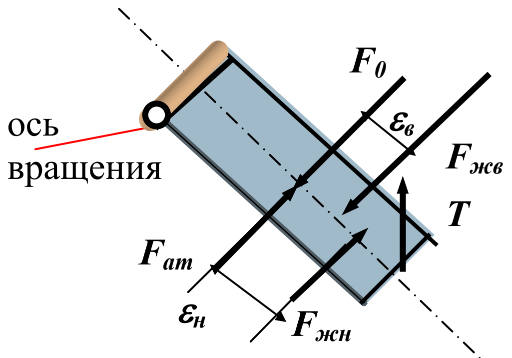
Вар-нт	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
G, н	50	60	80	90	100	60	120	150	70	110

Задача 3

Решите задачу 1 при условии, что внутри патрубка находится жидкость.

Указания

1. Добавьте в уравнение равновесия дополнительный момент от силы $F_{ж.н.}$.
2. Схема сил, действующих на крышку в этом случае:



Сила давления на крышку со стороны жидкости в патрубке равна:

$F_{ж.н} = p_c \cdot s = \rho \cdot g \cdot b/2 \times a \cdot b/\mathrm{Sin}\alpha;$

При определении величины $\varepsilon_н$ по формуле (9)

$l_c = b/2\mathrm{Sin}\alpha$ (так как поверхность жидкости в патрубке совпадает с его верхней плоскостью).

Индекс “н” означает “нижняя”, а индекс “в” – верхняя сила.

Задача 4

Определить суммарную силу давления на торцевую стенку ***AB*** горизонтальной цилиндрической цистерны диаметром ***d*** , заполненной жидкостью плотностью $\boldsymbol{\rho}$, если уровень жидкости в горловине находится на расстоянии ***H*** от дна.

Цистерна герметически закрыта и над поверхностью жидкости находится газ. Давление газа может быть больше атмосферного (тогда показание мановакуумметра равно $\boldsymbol{p_{м0}}$) или меньше атмосферного (тогда показание мановакуумметра равно $\boldsymbol{p_{v0}}$).

Определить также координаты точки приложения силы давления.

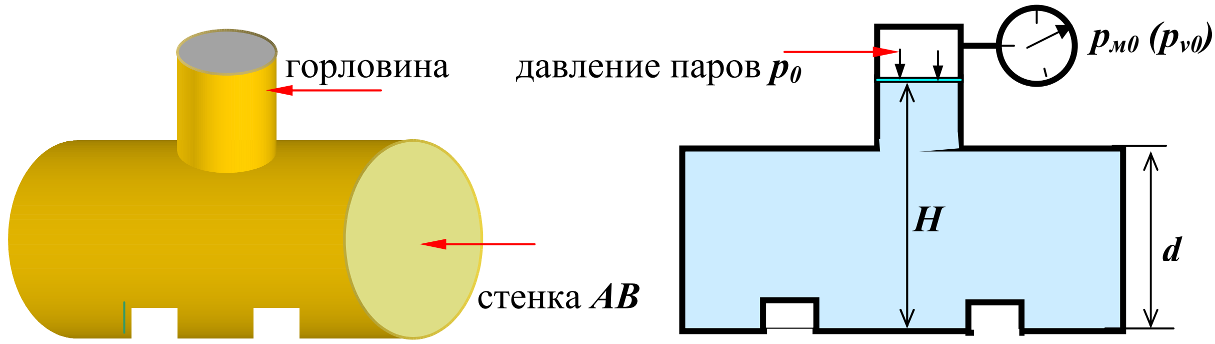
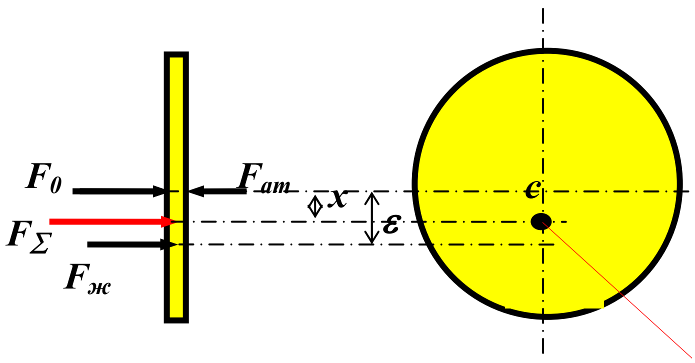


Рисунок к задаче 4

Указания

1. Плотность жидкости определите с помощью Приложения 1, а момент инерции круга - по Приложению 2.
2. Схема сил, действующих на стенку ***AB***:



$\boldsymbol{F_0}$ - сила внешнего давления; $\boldsymbol{F_ж}$ - сила весового давления;
$\boldsymbol{F_{ат}}$ – сила атмосферного давления;
$\boldsymbol{F_\Sigma}$ - суммарная (равнодействующая) сила давления на стенку цистерны.
Точка приложения силы давления $\boldsymbol{F_\Sigma}$ (величина $\boldsymbol{x}$ определяется по теореме Вариньона)

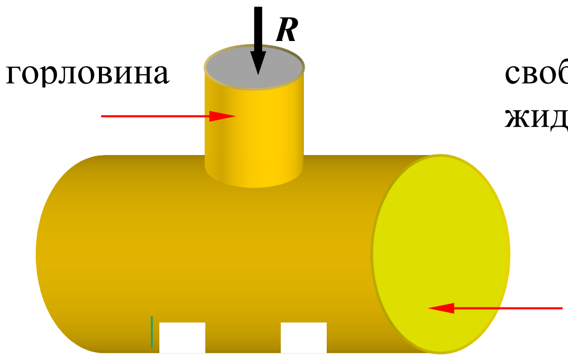
Таблица исходных данных

Вари-ант	Темп-ра, t° С	H, м	d, м	$p_{м0}$, кПа	P_{v0}, кПа	Жидкость
0	20	3,0	2,5	60	-	нефть
1	25	2,0	1,7	-	55	бензин
2	30	4,0	3,5	70	-	керосин
3	10	2,5	2,0	-	0	диз.топливо
4	15	3,5	3,0	40	-	нефть
5	5	3,2	2,8	-	60	бензин
6	20	3,5	3,1	50	-	керосин
7	35	4,5	4,0	-	40	диз.топливо
8	10	3,0	2,6	30	-	нефть
9	10	2,8	2,2	-	65	бензин

Задача 5

Определить суммарную силу давления на торцевую стенку ***AB*** горизонтальной цилиндрической цистерны диаметром ***D***, заполненной жидкостью плотностью ρ, находящейся при температуре t° С. Уровень жидкости в горловине находится на расстоянии ***H*** от дна. Горловина закрыта поршнем диаметром ***d***, на который действует сила ***R***.

Определить также координаты точки приложения силы давления на крышку ***AB***.



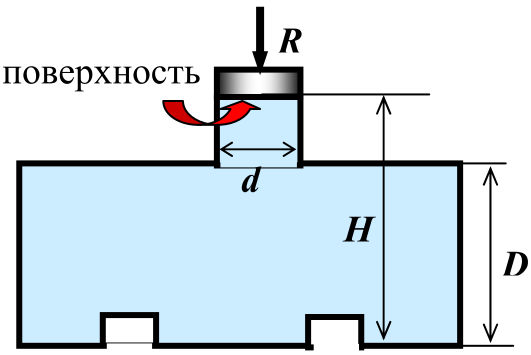


Рисунок к задаче 5

Указания

1. Те же, что и к задаче 4.

2. Отличия: давление на свободной поверхности жидкости в горловине $\boldsymbol{p_0}$ определяется как сумма атмосферного давления и давления от силы $\boldsymbol{R}$, которое равно частному от деления силы на площадь горловины.

ЗАПОМНИТЕ!

Давление от силы равно сила / площадь.

Таблица исходных данных

Вари- ант	Темп-ра, *t*° С	***H***, м	***d***, м	***D***, м	***R,*** н	Жидкость
0	20	3,0	0,2	2,7	50	нефть
1	25	2,0	0,1	1,6	30	бензин
2	30	4,0	0,3	3,6	60	керосин
3	10	2,5	0,15	2,0	40	диз.топливо
4	15	3,5	0,2	3,0	70	нефть
5	5	3,2	0,15	2,6	20	бензин
6	20	3,5	0,25	3,1	65	керосин
7	35	4,5	0,25	4,1	80	диз.топливо
8	10	3,0	0,3	2,2	75	нефть
9	10	2,8	0,4	2,0	95	бензин

Задача 6

Щитовой затвор шириной ***k*** должен автоматически поворачиваться вокруг оси ***AB***, открываться при уровне воды $\boldsymbol{H_2}$ и пропускать её в левый отсек. Угол наклона щита равен α, температура жидкости ***t***℃. Силой трения на цапфах[2] при повороте пренебречь. Диаметр цапфы равен ***d***.

Определить, на каком расстоянии ***x*** должна быть расположена ось ***AB*** поворота щита, если под ним находится постояный уровень воды $\boldsymbol{H_1}$.Определить также результирующую силу давления жидкости.

---

[2] Цапфа (от нем. Zapfen)- опорная часть оси или вала

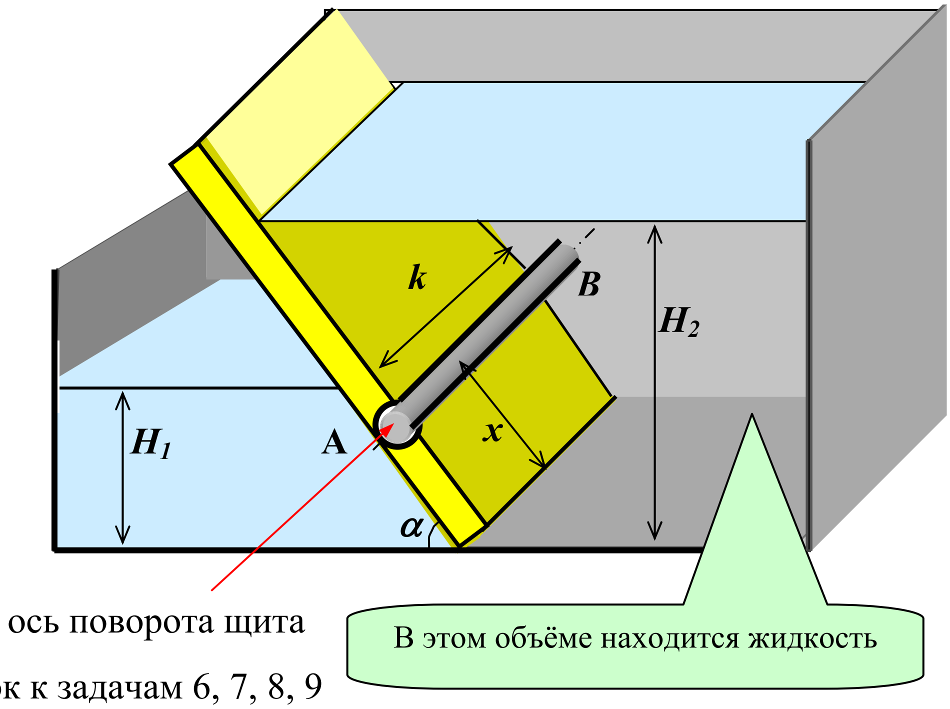
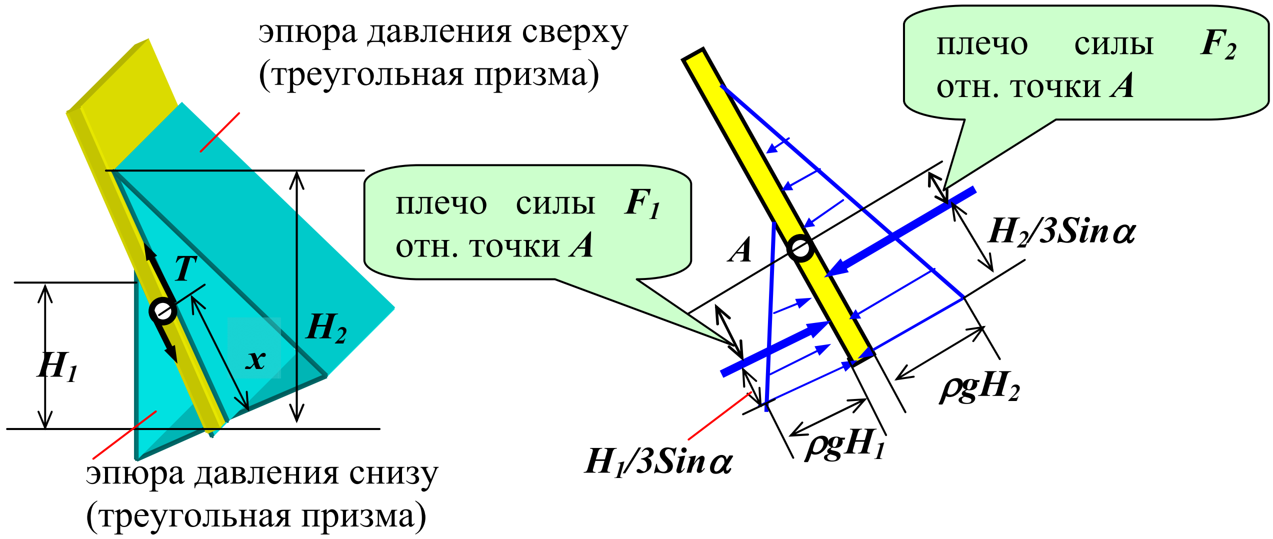


Рисунок к задачам 6, 7, 8, 9

Указания

1. Атмосферное давление действует на несмоченные жидкостью части щита непосредственно, а на смоченные жидкостью передается по закону Паскаля. Следовательно, силы атмосферного давления с обеих сторон щита уравновешиваются.
2. На щит действуют силы весового давления жидкости сверху ($\boldsymbol{F_2}$) и снизу ($\boldsymbol{F_1}$). Величины этих сил и линии их действия удобно определить с помощью эпюр давления. При повороте щита на цапфах возникает пара сил трения $\boldsymbol{T}$.



Правило

Сила давления равна объёму эпюры давления. Линия действия силы проходит через центр тяжести эпюры.

Справка

Объём призмы равен произведению площади основания (треугольник с катетами $\rho g H$ и $H/\mathrm{Sin}\alpha$) на высоту (ширину стенки k).

Центр тяжести треугольника находится на расстоянии одной трети высоты от основания (в точке пересечения медиан).

3. Величина x определяется из условия равновесия щита: $\sum M_A = 0$.
4. Силы давления и точки их приложения можно определять обычным способом: сила давления равна произведению давления в центре тяжести смоченной поверхности на её площадь; сила давления приложена на расстоянии ε от центра тяжести.

Таблица исходных данных

вариант	Темп-ра, t° С	H_2, м	d, м	H_1, м	k, м	Угол α, °	жидкость
0	20	6,0	0,2	2,7	5	30	керосин
1	25	7,0	0,1	3,6	3	45	бензин
2	30	4,0	0,3	1,6	6	60	нефть
3	10	6,5	0,15	2,0	4	30	диз.топливо
4	15	3,5	0,2	2,0	7	60	керосин
5	5	7,2	0,15	3,6	2	45	бензин
6	20	6,5	0,25	3,1	6	45	нефть
7	35	4,5	0,25	2,1	8	30	диз.топливо
8	10	3,0	0,3	1,2	7	60	бензин
9	10	4,8	0,4	2,0	6	30	нефть

Задача 7

При условии задачи 6 определите величину x, если дополнительно необходимо учесть силу трения скольжения при повороте щита на цапфах. Коэффициент трения скольжения равен f.

Указания

1. **Правило:** Сила трения равна произведению нормальной силы на коэффициент трения f. Нормальная к оси поворота сила равна алгебраической сумме сил давления жидкости на щит.
2. Необходимо добавить в уравнение равновесия щита момент от пары сил трения. $M_{тр} = T \cdot d$.

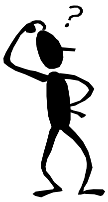
Вар-нт	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
f	0,2	0,3	0,25	0,35	0,2	0,15	0,28	0,32	0,25	0,18

Задача 8

При условии задачи 6 определите величину x, если под щитом нет жидкости и величина H_1 равна нулю.

Указания

В уравнении равновесия щита будет присутствовать единственный момент от силы давления F_1.



Интересный вопрос:

Как должна проходить ось вращения, чтобы момент от силы давления жидкости был равен нулю?

Задача 9

При условии задачи 7 определите величину x, если под щитом нет жидкости и величина H_1 равна нулю.

Указания

В уравнении равновесия щита будет присутствовать момент от силы давления F_1 и момент от пары сил трения T.

Задача 10

Прямоугольный поворотный щит размером L×B закрывает выпускное отверстие резервуара с жидкостью. Справа от щита уровень жидкости H_1, слева – H_2. Щит открывается с помощью троса, перекинутого через неподвижный блок. Температура жидкости t °C.

Определить силу T натяжения троса, необходимую для открытия щита, если пренебрегать трением в цапфах (см. сноску 1).

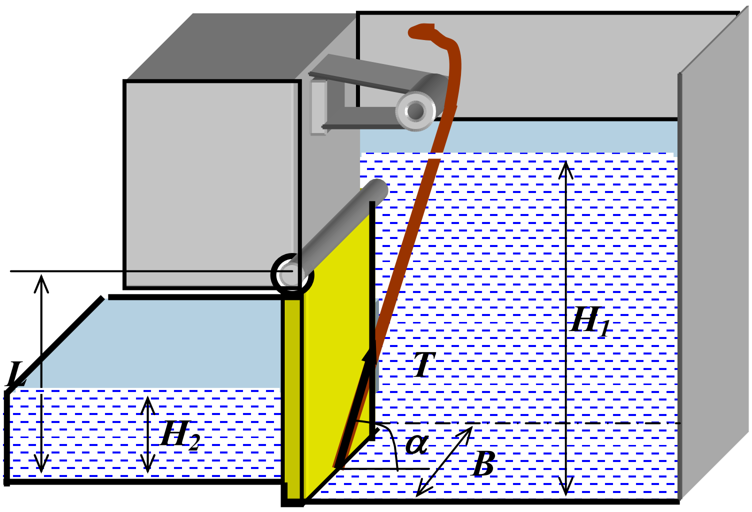
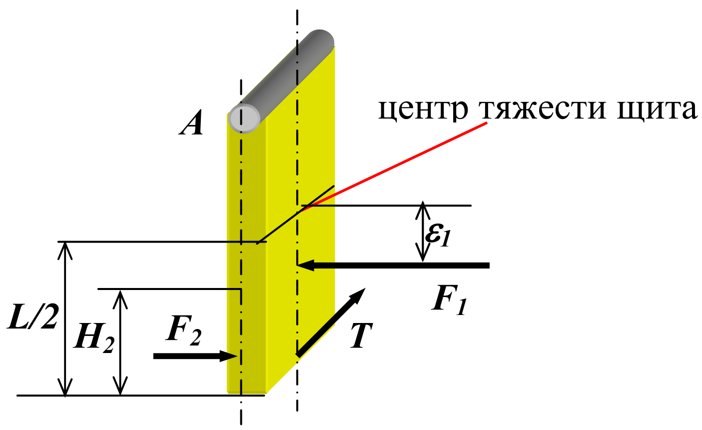


Рисунок к задачам 10 и 11

Схема действующих сил



Указания

1. Сила ***T*** определяется из условия равновесия щита: $\sum M_A = 0$.
2. Силы давления столба жидкости F_1 и F_2 , а также точки их приложения можно определять обычным способом: сила давления равна произведению давления в центре тяжести смоченной поверхности на её площадь; сила давления приложена на расстоянии ε от центра тяжести смоченной площади.

Таблица исходных данных

Вари-ант	Темп-ра, t° С	H_1, м	L, м	H_2, м	B, м	Угол α, °	Жидкость
0	20	6,0	3	2,7	4	30	керосин

1	25	7,0	4	3,6	3	45	бензин
2	30	4,0	3	1,6	6	60	нефть
3	10	6,5	5	2,0	4	30	диз.топливо
4	15	3,5	2	2,0	3	60	керосин
5	5	7,2	5	3,6	2	45	бензин
6	20	6,5	4	3,1	6	45	нефть
7	35	4,5	3	2,1	8	30	диз.топливо
8	10	3,0	2	1,2	5	60	бензин
9	10	4,8	3	2,0	5	30	нефть

Задача 11

Решите задачу 10 при условии, что слева жидкости нет и $\boldsymbol{H_2} = 0$.

Указания

В уравнении равновесия щита отсутствует момент от силы $\boldsymbol{F_2}$.

Задача 12

Прямоугольный поворотный затвор размерами $\boldsymbol{m} \times \boldsymbol{n}$ перекрывает выход воды в атмосферу из резервуара, уровень в котором равен $\boldsymbol{H}$.

Определить, на каком расстоянии x от нижней кромки затвора следует расположить его ось поворота, чтобы для открытия затвора нужно было преодолевать только момент трения в цапфе. Найти также момент трения, если диаметр цапф равен $\boldsymbol{d}$, а коэффициент трения скольжения $\boldsymbol{f}$. Принять $\boldsymbol{f} = 0{,}2$ для всех вариантов.

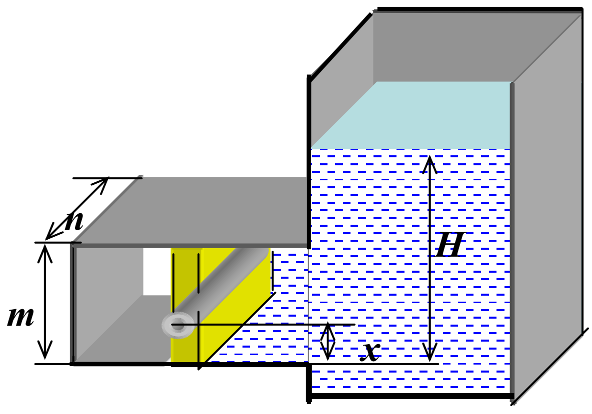


Рисунок к задачам 12, 13 и 14

Указания

1. Величина x определяется из условия равновесия затвора : $\sum M_0 = 0$.
2. Центр тяжести затвора расположен на глубине $h_c = H - m/2$.
3. Центр давления – точка приложения силы давления F, расположен ниже центра тяжести на величину ε.
4. Атмосферное давление действует с обеих сторон щита и поэтому уравновешивается.

Схема действующих сил

T – сила трения.
$T = F \cdot f$.
Плечо пары сил T равно $d/2$, а плечо k силы F равно:
$k = x - (m/2 - \varepsilon)$

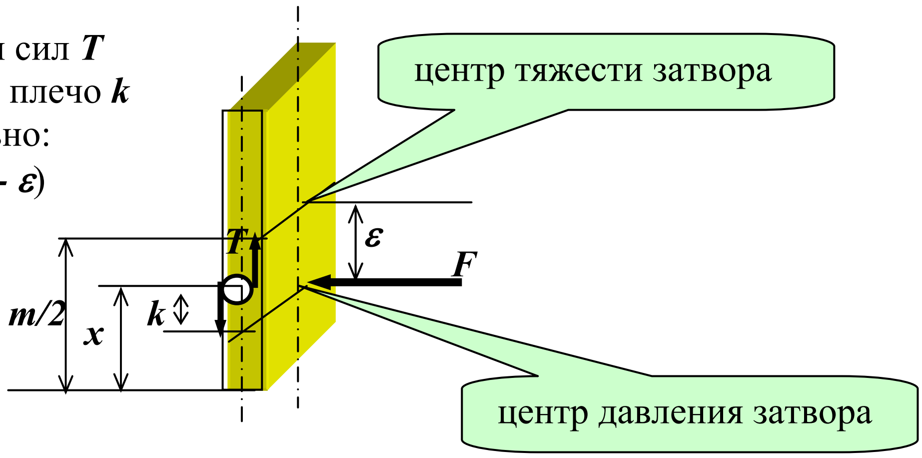


Таблица исходных данных

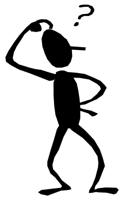
вари-ант	Темп-ра, $t°$ C	H, м	m, м	n, м	d, мм	жидкость
0	10	5,0	3	4,5	150	керосин
1	15	6,0	4	3,5	180	бензин
2	35	7,0	3	6,5	140	нефть
3	15	8,5	5	4,5	120	диз.топливо
4	18	4,5	2	3,5	150	керосин
5	5	6,2	3	2,5	160	бензин
6	20	6,5	3	6,5	200	нефть
7	5	4,5	2	8,5	130	диз.топливо
8	12	4,0	2	5,5	110	бензин
9	14	4,2	3	5,5	100	нефть

Задача 13

Решите задачу 12 при условии, что сила трения, возникающая при вращении вала, не учитывается.

Указание

На щит в этом случае действует единственная сила – сила $\boldsymbol{F}$ весового давления жидкости, и в уравнении равновесия щита будет присутствовать только момент от этой силы.



Интересный вопрос:

Как должна проходить ось вращения, чтобы момент от силы был равен нулю?

Задача 14

Решите задачу 12 при условии, что слева от щита находится жидкость на высоте $h = y \cdot m$, где величина y зависит от варианта.

Указание

В уравнении равновесия щита появится дополнительный момент от силы давления жидкости с левой стороны щита. Силу $P_{лев}$ и точку её приложения удобно в данном случае определить с помощью эпюры давления.

Вар-нт	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	0,6	0,8	0,4	0,7	0,9	0,5	0,85	0,75	0,3	0,2

Задача 15

Определить минимальное натяжение $\boldsymbol{T}$ каната, необходимое для удержания щита, закрывающего треугольное отверстие в стенке резервуара. Щит может поворачиваться вокруг оси $\boldsymbol{0}$. Заданы линейные размеры $\boldsymbol{H, b, m, n}$ и углы $\alpha_1 = \alpha_2 = 60°$.

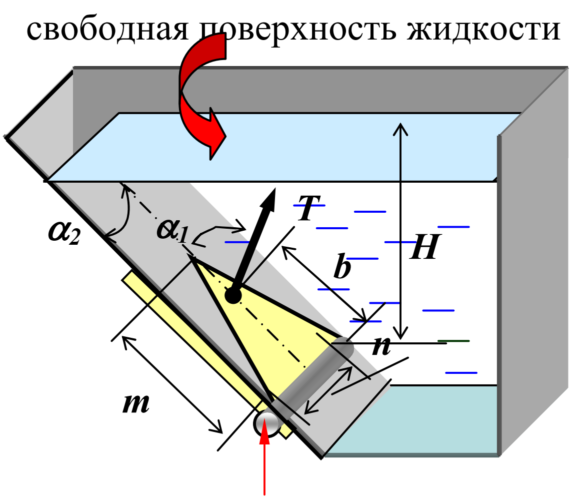
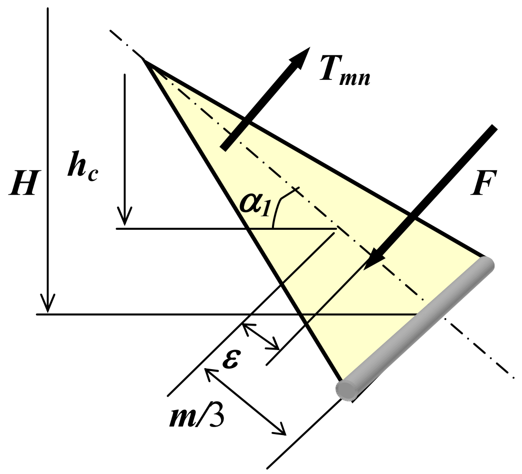


Рисунок к задачам 15 и 16

Указания

1. Сила $\boldsymbol{T}$ определяется из условия равновесия щита : $\sum M_0 = 0$.
2. Атмосферное давление действует с обеих сторон щита и не оказывает влияния на его равновесие.
3. При определении величины ε момент инерции треугольника определите по Приложению 1, а величина l_c отсчитывается от свободной поверхности жидкости до центра тяжести треугольника по направлению щита. $l_c = h_c / \sin\alpha$.
4. Схема действующих сил:

$T_{mn} = T \cdot \cos(90° - \alpha_2)$ –проекция силы натяжения щита на направление, ⊥ щиту.



Условие равновесия щита:

$-T_{mn} \cdot b + F \cdot (m/3 - \varepsilon) = 0.$

Сила F равна произведению давления в центре тяжести щита на его площадь.

Таблица исходных данных

вари-ант	Темп-ра, t° C	H, м	m, м	n, м	b, м	Жидкость
0	10	5,0	3	4,5	2,8	керосин
1	15	6,0	4	3,5	3,5	бензин
2	35	7,0	3	6,5	2,5	нефть
3	15	8,5	5	4,5	4,5	диз.топливо
4	18	4,5	2	3,5	1,6	керосин
5	5	6,2	3	2,5	2,4	бензин
6	20	6,5	3	6,5	2,3	нефть
7	5	4,5	2	8,5	1,7	диз.топливо

8	12	4,0	2	5,5	1,5	бензин
9	14	4,2	3	5,5	2,9	нефть

Задача 16

Решите задачу 15 при условии, что резервуар закрыт и над жидкостью находится воздух при абсолютном давлении $\boldsymbol{p_0}$. Атмосферное давление определяется по ртутному барометру, показание его равно $\boldsymbol{h_{am}}$.

Указания

В дополнение к моменту силы давления столба жидкости в уравнение равновесия щита добавить момент от сил внешнего давления.

Результирующая сила внешнего давления равна:

$$F_{внеш.} = F_0 - F_{am}.$$

$F_0 = p_0 \cdot s$ -сила давления воздуха на щит сверху. Давление p_0 передается на щит через жидкость по закону Паскаля.

$F_{am} = p_{am} \cdot s$ -сила атмосферного давления воздуха на щит снизу.

$p_{am} = \rho_{pm} \cdot g \cdot h_{am}.$ $\rho_{pm} = 13600$кг/м^3.

Сила внешнего давления приложена в центре тяжести треугольника.

Вар-нт	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p_0, МПа	0,16	0,18	0,04	0,07	0,09	0,15	0,25	0,18	0,03	0,2
h_{am}, мм	720	740	760	710	750	780	760	750	720	730

Задача 17

Герметически закрытый сосуд разделен перегородкой на два отсека. В перегородке сделано треугольное отверстие, закрытое крышкой. Крышка крепится к перегородке болтами. Над жидкостью в отсеках находится газ под разным давлением, измеряемым с помощью мановакуумметров. Показания мановакуумметров равны $\boldsymbol{p_{м1}}$ и $\boldsymbol{p_{м2}}$, разность уровней жидкости в отсеках равна $\boldsymbol{h_0}$. Определить результирующую силу давления на крышку и точку её приложения.

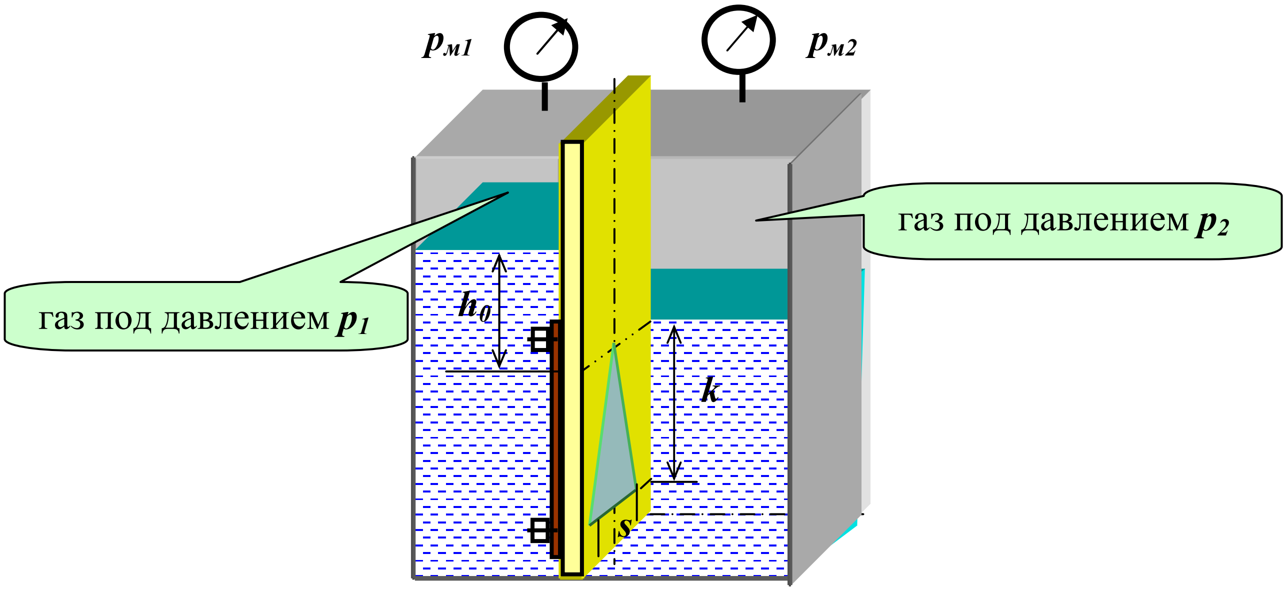
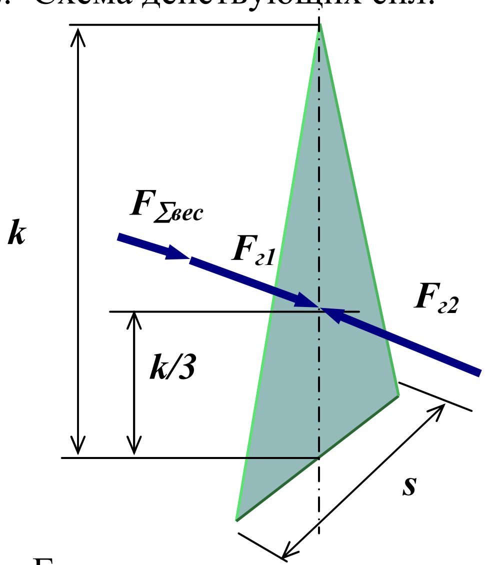


Рисунок к задачам 17, 18 и 19

Указания

1. Докажите, что суммарная сила весового давления жидкости равна: $F_{\Sigma вес}=\rho\cdot g\cdot h_0\cdot k\cdot s/2$ и приложена в центре тяжести смоченной площади. Для этого обозначьте расстояние от вершины треугольника до центра его тяжести через H, определите силы весового давления справа и слева и их равнодействующую (величина H при этом сократится).
2. Схема действующих сил:

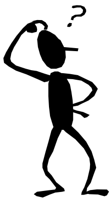


$F_{г1}$ и $F_{г2}$ – силы давления газа, $F_{\Sigma вес}$ – сила весового давления жидкости. Все силы перпендикулярны смоченной площади, параллельны друг другу и приложены в центре тяжести треугольника. Определение равнодействующей силы не представляет затруднений.

3. Если показание мановакуумметра задано со знаком минус, это означает вакуумметрическое давление, то есть давление газа в данном случае меньше атмосферного.

Таблица исходных данных

Вари-ант	Темп-ра, t° C	h_0, м	k, м	s, м	$p_{м1}$, кПа	$p_{м2}$, кПа	Жидкость
0	20	1,0	2,5	1,5	60	-20	нефть
1	25	2,0	1,7	1,3	-50	55	бензин
2	30	3,0	3,5	1,0	70	-30	керосин
3	10	1,5	2,0	1,8	-30	0	диз.топливо
4	15	2,5	3,0	1,9	40	-10	нефть
5	5	2,2	2,8	2,0	-90	60	бензин
6	20	1,5	3,1	2,1	50	30	керосин
7	35	2,5	4,0	3,0	-20	40	диз.топливо
8	10	1,0	2,6	1,5	30	70	нефть
9	10	1,8	2,2	1,2	-40	65	бензин



Интересный вопрос:

Если результирующая сила направлена слева направо, как в этом случае должна быть расположена крышка? Почему крышка не отрывается от перегородки под действием суммарной силы давления?

Задача 18

Решите задачу 17 при условии, что справа жидкости нет и газ заполняет весь отсек.

Указания

В этом случае сила давления столба жидкости слева будет приложена ниже центра тяжести на величину ε. Определите модуль и точку приложения равнодействующей силы по правилу сложения трех параллельных сил: слева действует сила давления газа и столба жидкости, а справа только сила давления газа.

Задача 19

Решите задачу 17 при условии, что слева жидкости нет и газ заполняет весь отсек.

Указания

В этом случае сила давления столба жидкости справа будет приложена ниже центра тяжести на величину ε. Определите модуль и точку приложения равнодействующей силы по правилу сложения трех параллельных сил: слева действует только сила давления газа, а справа сила давления газа и столба жидкости.

Задача 20

Покоящийся на неподвижном поршне и открытый сверху и снизу сосуд массой $\boldsymbol{m}$ состоит из двух цилиндрических частей, внутренние диаметры которых $\boldsymbol{d}$ и $\boldsymbol{D}$.

Определить, какой минимальный объём жидкости $\boldsymbol{W}$ должен содержаться в верхней части сосуда, чтобы он всплыл над поршнем. Температура жидкости $\boldsymbol{t}$°C.

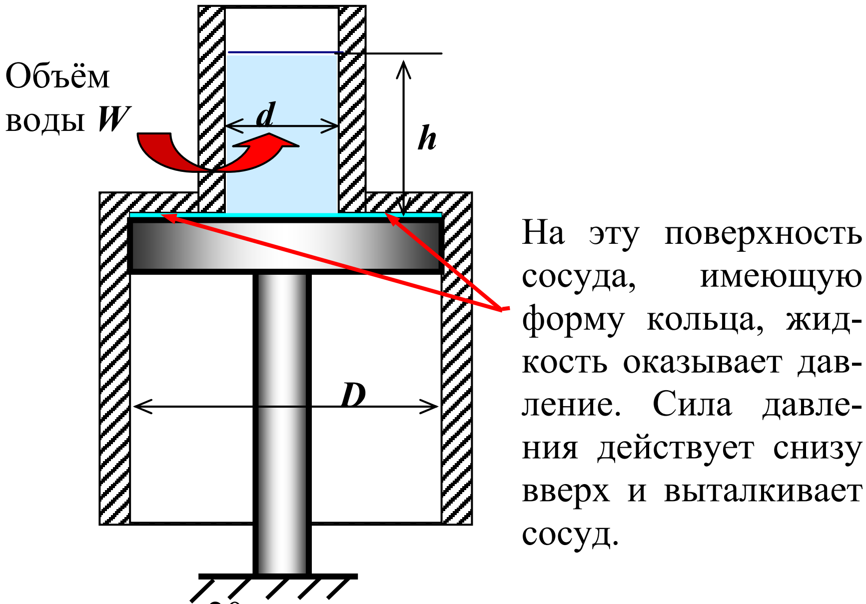


Рисунок к задаче 20

Указание

На сосуд действуют две вертикальные силы – собственный вес и выталкивающая сила со стороны жидкости $\boldsymbol{F_{выт.}}$, равная произведению весового давления на глубине $\boldsymbol{h}$ и площади кольца. Из условия равенства этих сил определяется величина $\boldsymbol{h}$ и, далее, объём жидкости $\boldsymbol{W}$.

Таблица исходных данных

вари-ант	Темп-ра, t° C	D, м	d, м	m, кг	жидкость

0	20	3,0	0,2	160	вода
1	25	2,0	0,1	200	бензин
2	30	4,0	0,3	250	керосин
3	10	2,5	0,15	180	вода
4	15	3,5	0,2	220	вода
5	5	3,2	0,15	280	бензин
6	20	3,5	0,25	200	керосин
7	35	4,5	0,25	120	вода
8	10	3,0	0,3	180	нефть
9	10	2,8	0,4	230	бензин

Задача 21

На рисунке изображена схема гидравлического мультипликатора. Определить высоту ***h*** подъёма жидкости, если дано***:*** ***R***, d_0, d_1, d_2, температура воды 20°С, а температура жидкости - ***t***°С.

Мультипликатор (от латинского *multiplico* –умножаю, увеличиваю) – ***устройство для повышения давления в жидкости***. При равновесии силы давления на поршень мультипликатора равны слева и справа. Сила равна произведению давления на площадь. Там, где меньше площадь, больше давление.

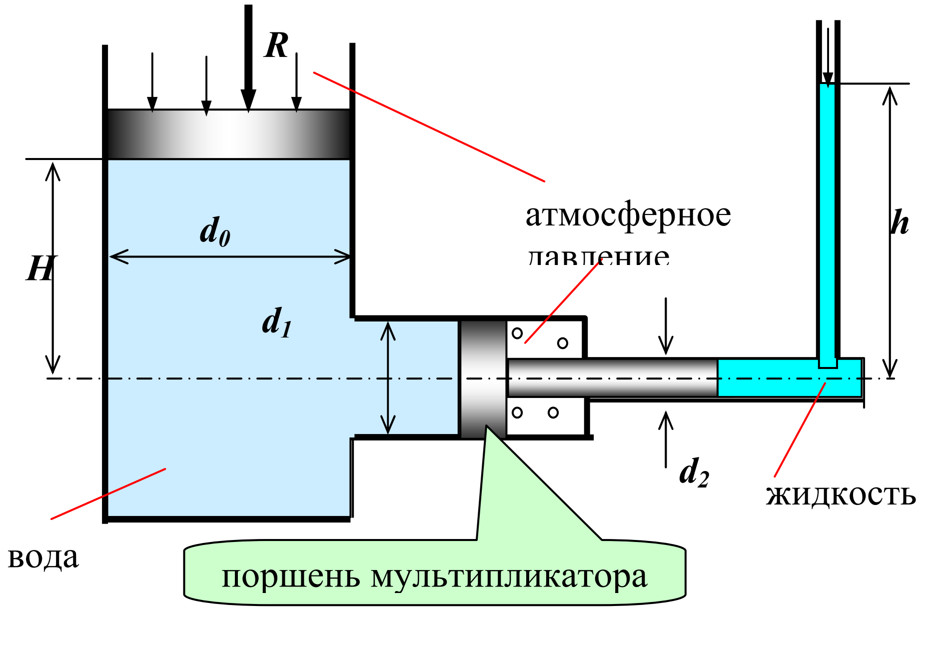
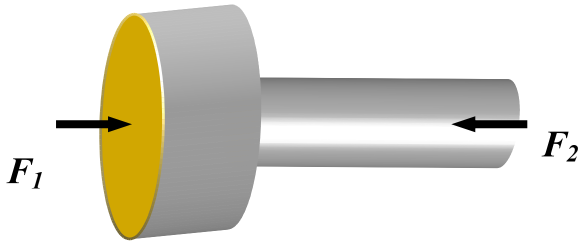


Рисунок к задачам 21, 22, 23

Указания

1. Составьте уравнение равновесия поршня мультипликатора: $P_1 = P_2$.



$F_1 = p_{c1} \cdot s_1$; $F_2 = p_{c2} \cdot s_2$.

p_{c1} и p_{c2} – манометрические (избыточные над атмосферным) давления в центрах тяжести площадей s_1 и s_2.

2. Атмосферное давление передается через воду и жидкость по закону Паскаля и действует по площади круга диаметра D слева и по площади круга диаметра d справа. Кроме этого, оно действует справа по площади кольца в полости A непосредственно. В результате силы атмосферного давления уравновешиваются, так как атмосферное давление действует справа и слева на одинаковую площадь.

3. Неизвестная величина h войдет в давление p_{c2}.

Таблица исходных данных

Вари-ант	Темп-ра, t° С	d_0, м	d_1, м	d_2, м	R, H	H, м	Жидкость
0	20	0,3	0,2	0,1	200	1	вода
1	25	0,2	0,1	0,05	300	1,2	бензин
2	30	0,25	0,3	0,15	400	1,5	керосин
3	10	0,35	0,15	0,05	350	0,9	вода
4	15	0,2	0,2	0,07	450	0,8	вода
5	5	0,4	0,15	0,06	500	0,7	бензин
6	20	0,6	0,25	0,1	250	1,4	керосин
7	35	0,65	0,25	0,05	320	1,1	вода
8	10	0,5	0,3	0,2	420	1,5	нефть
9	10	0,3	0,4	0,2	380	1,6	бензин

Задача 22

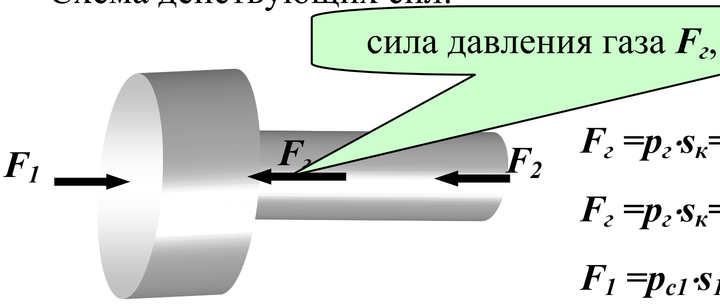
Решите задачу 21 при условии, что в полости A давление газа не равно атмосферному. В условии задачи задается избыток ($p_м$) или недостаток (p_v) этого давления до атмосферного.

Указания:

Введите в уравнение равновесия поршня мультипликатора дополнительную силу от давления газа. Чтобы не ошибиться в направлении силы давления газа, определяйте все силы через абсолютные давления. В этом случае сила давления всегда направлена по внутренней нормали – жидкость или газ давят на поверхность!

$F_г + F_2 - F_1 = 0$ - уравнение равновесия поршня

Схема действующих сил:



$F_г = p_г \cdot s_к = (p_{am} + p_м) \cdot (d_1^2 - d_2^2) \cdot \pi/4$ - $(p_г > p_{am})$

$F_г = p_г \cdot s_к = (p_{am} - p_v) \cdot (d_1^2 - d_2^2) \cdot \pi/4$ - $(p_г < p_{am})$

$F_1 = p_{c1} \cdot s_1 = (p_{am} + R/\cdot\omega_0 + \rho_в \cdot g \cdot H) \cdot d_1^2 \cdot \pi/4;$

$F_2 = p_{c2} \cdot s_2 = (p_{am} + \rho \cdot g \cdot h) \cdot d_2^2 \cdot \pi/4;$

Вар-нт	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p_м$, кПа	10	-	20	-	30	-	40	-	35	-
P_v, кПа	-	10	-	20	-	30	-	40	-	35

Задача 23

Решите задачу 21 при условии, что поршень 1 отсутствует, и сила R равна нулю.

Указание

Давление в центре тяжести площади s_1 равно: $p_{c1} = p_{am} + \rho_в \cdot g \cdot H$

Задача 24

Определить силу прессования F, развиваемую гидравлическим прессом. Диаметр большого плунжера равен D, а малого d. Большой плунжер расположен выше меньшего на величину H, усилие, приложенное к рукоятке, равно R. Температура жидкости 20°C.

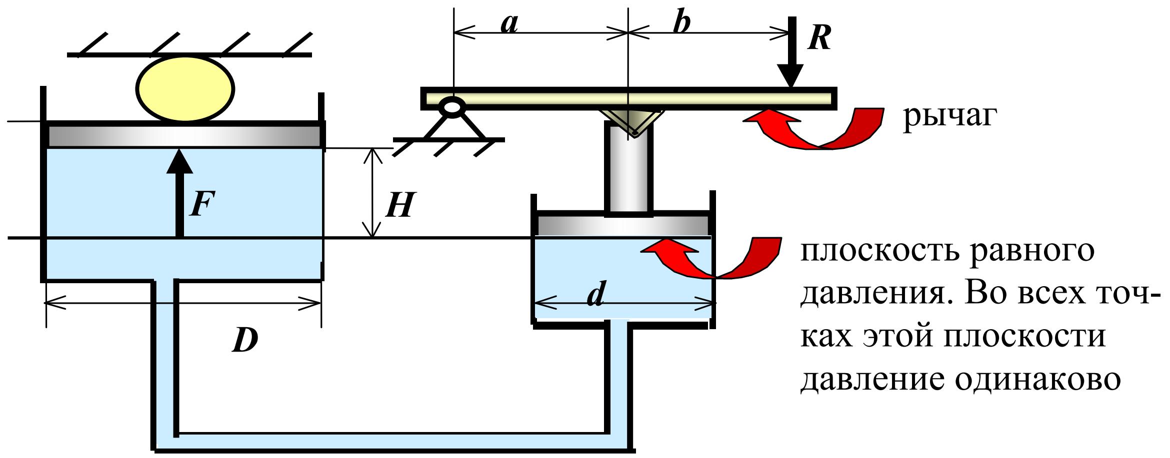


Рисунок к задачам 24, 25, 26

Указания

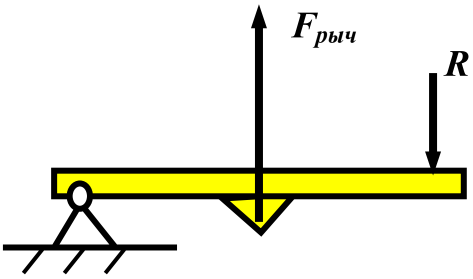
1. Цель – при действии малой силы ***R*** получить возможно большую силу прессования ***F***. Выигрыш в силе имеет место:

- За счет рычага
- За счет разницы площадей поршней.

Сила ***F*** равна произведению давления на уровне ***2-2*** и площади поршня диаметром ***D***.

2. Атмосферное давление действует на поршни сверху и снизу (передается через жидкость по закону Паскаля). В связи с этим его можно не учитывать и под давлением понимать избыточное над атмосферным, то есть манометрическое.

3. Для определения силы, действующей на поршень диаметром ***d***, необходимо рассмотреть равновесие рычага: $\sum M_0 = 0$. Из этого уравнения определяется сила $F_{рыч.}$



$F_{рыч.}$- сила, с которой поршень действует на рычаг. По 3-ему закону Ньютона с такой же силой, только направленной в противоположную сторону, рычаг действует на поршень.

4. Далее можно определить давление под малым поршнем, то есть на плоскости ***1-1***. Затем по основному уравнению гидростатики перейти к давлению на плоскости ***2-2*** и определить силу ***F***.

Таблица исходных данных

Вар-т	***D***, м	***d***, м	***R***, н	***b***, мм	***a***, мм	***H***, м	жидкость
0	0,3	0,1	100	700	70	1	вода
1	0,2	0,05	200	800	80	1,2	масло инд. 12
2	0,25	0,06	150	500	50	1,5	вода
3	0,35	0,08	120	1000	100	0,9	масло инд. 20
4	0,2	0,05	90	900	90	0,8	вода
5	0,4	0,1	110	850	80	0,7	масло инд. 30
6	0,6	0,15	140	900	95	1,4	вода

7	0,65	0,2	130	1100	100	1,1	масло инд. 50
8	0,5	0,12	80	1200	110	1,5	вода
9	0,3	0,04	100	1000	90	1,6	масло турбинное

Задача 25

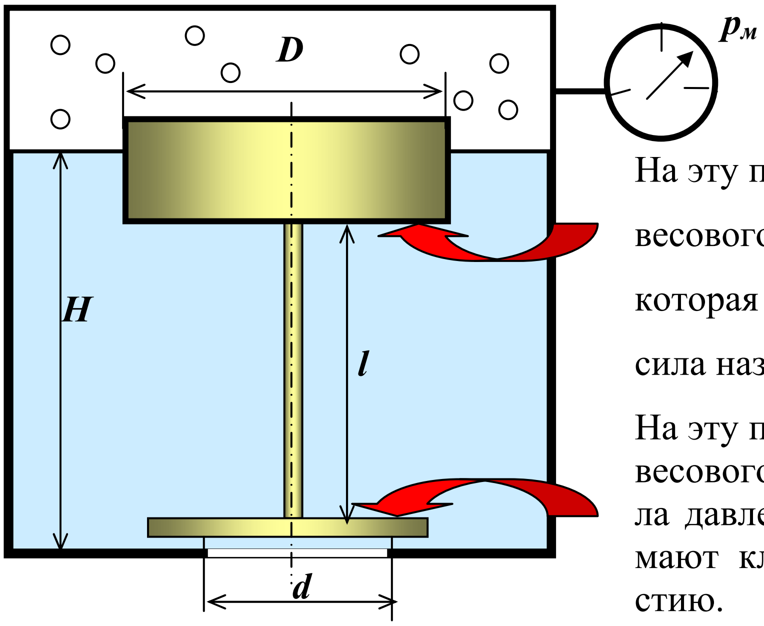
Решите задачу 24 при условии, что высота $\boldsymbol{H}$ равна нулю, то есть поршни расположены на одном уровне.

Задача 26

Решите задачу 24 при условии, что рычаг отсутствует, и сила $\boldsymbol{R}$ приложена непосредственно к поршню малого диаметра.

Задача 27

В днище резервуара с водой имеется круглое спускное отверстие, закрытое плоским клапаном. Определить, при каком диаметре $\boldsymbol{D}$ цилиндрического поплавка клапан автоматически откроется при достижении высоты уровня жидкости в резервуаре равной $\boldsymbol{H}$? Длина цепочки, связывающей поплавок с клапаном, равна $\boldsymbol{l}$, вес подвижных частей устройства $\boldsymbol{G}$, давление на свободной поверхности жидкости измеряется мановакуумметром, его показание равно $\boldsymbol{p_м}$, температура воды $\boldsymbol{t}$ ℃.



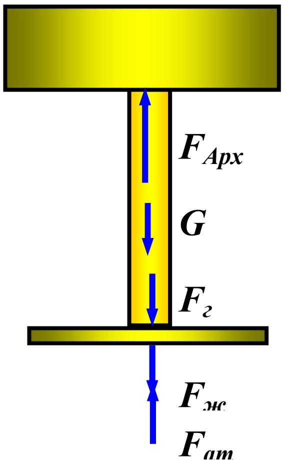
На эту поверхность действует сила весового давления жидкости $F_{Арх}$, которая выталкивает клапан. Эта сила называется силой Архимеда.

На эту поверхность действует сила весового давления жидкости и сила давления газа, которые прижимают клапан к спускному отверстию.

Рисунок к задачам 27, 28 и 29

Указания

1. Диаметр поплавка входит в силу $F_{Арх}$ и определяется из условия равновесия клапана: алгебраическая сумма всех вертикальных сил, действующих на клапан, равна нулю.
2. Схема действующих сил:



$F_{Арх}=\rho\cdot g\cdot(H-l)\cdot\pi\cdot D^2/4$. –Сила Архимеда есть не что иное как выталкивающая сила давления жидкости на погруженное в неё тело. С другой стороны, она равна весу жидкости в объёме погруженной части тела!

$F_г=p_г\cdot\pi\cdot d^2/4$; $p_г$-абсолютное давление газа.

$F_{ат}=p_{ат}\cdot\pi\cdot d^2/4$; $F_{ж}=\rho\cdot g\cdot H\cdot\pi\cdot d^2/4$.

Таблица исходных данных

Вариант	l, м	d, м	G, н	$p_м$, кПа	H, м	Температура, °С
0	0,9	0,1	30	20	2,1	20
1	0,8	0,05	20	30	1,6	30
2	0,95	0,06	40	30	1,9	10
3	0,85	0,08	25	15	1,9	40
4	1,2	0,05	40	35	1,95	35
5	1,1	0,1	35	20	2,2	25
6	1,05	0,15	45	10	2,4	5
7	1,2	0,2	30	20	2,1	10
8	0,9	0,12	35	20	1,7	15
9	0,8	0,04	25	15	2,0	30

Задача 28

Решите задачу 27 для случая, когда весом подвижных частей устройства можно пренебречь

Указания

Сила G =0.

Задача 29

Решите задачу 27 для случая, когда давление газа меньше атмосферного и $p_м = p_v$.

Задача 30

Перед подземным ремонтом газовую скважину “задавили”, залив её ствол до устья (до поверхности земли) водой (***t***=20°С). Затем в скважину лебёдкой спустили насосно-компрессорные трубы, по которым при эксплуатации скважины поступает из пласта газ. Длина спущенных труб равна ***l***, внешний диаметр ***D***, толщина стенки ***δ***, вес одного метра длины ***q***.

Определить максимальное усилие на крюке лебедки для двух случаев:

1) нижний конец труб открыт – четные варианты;
2) нижний конец труб заглушен – нечетные варианты.

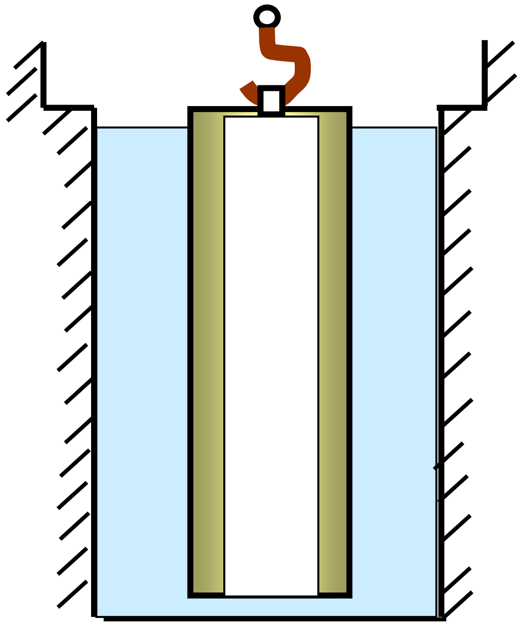


Рисунок к задаче 30

Указания

1. Сила на крюке лебедки равна алгебраической сумме сил, действующих на трубы.
2. На трубы действует собственный вес и подъёмная сила (сила Архимеда).
3. На рисунке изображена ситуация, когда нижний конец труб заглушен и площадь действия выталкивающего давления жидкости равна площади круга диаметром ***D***.

Таблица вариантов

Вар-нт	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D, мм	73	114	146	168	194	245	273	299	73	146
l, км	1,0	1,4	1,1	1,5	1,6	0,9	1,0	0,8	1,3	1,7
δ, мм	5,5	4	5	6	7	9	10	10	4	5
q, н/м	94	96	130	150	165	195	198	200	94	125

РАЗДЕЛ 5

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГИДРОДИНАМИКИ

Методика решения всех задач гидродинамики, по существу, сводится к следующему:

1. Записать в общем виде уравнения, выражающие законы сохранения массы и энергии при движении жидкости или газа.
2. Определить слагаемые этих уравнений, согласно исходным данным.
3. Решить полученную систему уравнений относительно неизвестной величины.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ - фундаментальные физические соотношения, на основании которых выводятся частные законы. В современной науке известно более десяти законов сохранения, большинство из них относится к ядерной физике. При решении гидродинамических задач широко используются следующие:

- Закон сохранения массы.
- Закон сохранения энергии.

Эти два закона являются следствием того очевидного факта, что время и место действия не могут сами по себе изменить ход физического процесса (при одинаковых начальных условиях эксперимент будет проходить совершенно одинаково в Ухте и в Лондоне, сегодня и месяц назад).

5.1. МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ

Энергия - запас работы, которую может совершить тело, изменяя свое состояние.

Работа - скалярное произведение силы на перемещение под действием этой силы. На практике величина работы используется для характеристики механизма или технического устройства.

Энергия - это невостребованная работа, **математическая абстракция, формула**, по которой **можно вычислить максимальную работу**. В реальных условиях функционирования конкретного механизма часть энергии теряется и переходит в тепло.

Отношение полученной работы к затраченной энергии есть коэффициент полезного действия механизма.

Энергия проявляется во множестве различных форм. Она может быть определена таким способом, что при любом превращении системы полная энергия сохраняется. Однако для системы, которая не претерпевает никаких изменений, разговор об энергии беспредметен. Только при переходе из одной формы в другую или из одного места в другое представление об энергии становится очень полезным как средство для решения практических задач.

Механическая энергия разделяется на ***кинетическую*** *и* ***потенциальную*:**

$$\boldsymbol{E = E_K + E_{П}}. \qquad (14)$$

Кинетическая энергия

Кинетическая энергия - это форма энергии, связанная с механическим движением.

Кинетическая энергия $\boldsymbol{E_K}$ численно равна работе, которая совершается при уменьшении скорости тела от $\boldsymbol{u}$ до нуля.

$$\boldsymbol{E_K = mu^2}/2. \qquad (15)$$

Потенциальная энергия

Потенциальными называют неподвижные формы энергии, которые потенциально можно превратить в энергию движения. К таким формам относят энергию, запасенную в деформированном теле или в результате смещения тел в некотором силовом поле (электрическом, магнитном или гравитационном). Потенциальная энергия жидкости или газа разделяется на два вида:

- **потенциальная энергия положения;**
- **потенциальная энергия давления**.

Потенциальная энергия положения

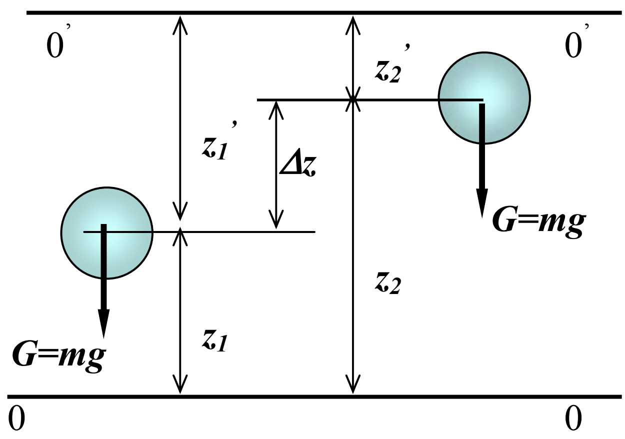
Твёрдое, жидкое или газообразное тело массой $\boldsymbol{m}$ занимают определённое положение в поле силы тяжести (Рис.12).

Горизонтальная плоскость отсчета $\boldsymbol{E}_{\text{полож.}}$ выбирается произвольно. Это связано с тем, что нас интересуют только изменения потенциальной энергии, а не её абсолютная величина. При переходе тела из положения **1** в положение **2** изменение потенциальной энергии $\Delta E_{полож}$ будет равно:

$\Delta E_{полож} = m \cdot g \cdot z_2 - m \cdot g \cdot z_1 = m \cdot g \cdot (z_2 - z_1) = m \cdot g \cdot \Delta z$ -плоскость отсчета *0-0*

$\Delta E_{полож} = m \cdot g \cdot (-z_2') - m \cdot g \cdot (-z_1') = m \cdot g \cdot (z_1' - z_2') = m \cdot g \cdot \Delta z$ -плоскость отсчета *0'-0'*

Изменение потенциальной энергии $\Delta E_{полож}$ не зависит от выбора плоскости отсчета.



0-0, 0'-0' - плоскости отсчета $E_{полож}$.
Рис.12
Иллюстрация к выводу формулы потенциальной энергии положения

$A = G \cdot z = m \cdot g \cdot z$ - работа силы тяжести;

$E_{полож.} = m \cdot g \cdot z$ - потенциальная энергия положения, численно равна работе, которую совершает сила тяжести при падении тела с высоты z. Если тело **расположено выше** плоскости отсчета, высота z берется **со знаком (+),** если **ниже - со знаком (-).**

Итак, потенциальная энергия положения жидкости $E_{полож.}$ равна:

$$E_{полож} = m \cdot g \cdot z. \qquad (16)$$

Потенциальная энергия давления

Другой вид потенциальной энергии связан с деформацией тел. Для твердого тела такой вид энергии запасается в сжатой пружине, для текучих тел (жидкостей и газов) такой вид энергии называется потенциальной энергией давления.

Покоящаяся и движущаяся жидкость находится в деформированном (сжатом) состоянии под действием поверхностных и массовых сил, при этом в жидкости появляется энергия упругой деформации, пропорциональная величине напряжений сжатия (давлений) в жидкости. При расширении жидкости энергия упругой деформации превращается в работу (Рис.13).

p –избыточное давление

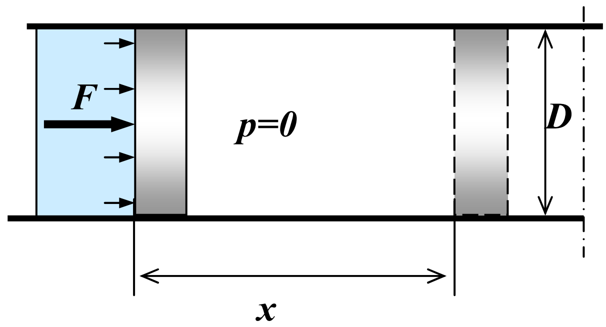


Рис. 13

Иллюстрация к выводу формулы потенциальной энергии давления

$F=p\cdot s$ - сила, действующая на поршень со стороны сжатой жидкости;

$s=\pi\cdot D^2/4$ - площадь сечения поршня;

p - давление в жидкости;

$A = F\cdot x = p\cdot s\cdot x = p\cdot V = p\cdot m/\rho$ - работа по перемещению поршня, совершаемая за счет наличия в жидкости давления p.

V - изменение объёма жидкости в результате расширения при движении поршня.

Итак, потенциальная энергия давления жидкости $E_{давл}$ равна:

$$E_{давл} = p\cdot m/\rho \qquad (17)$$

5.2. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ ДЛЯ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

Идеальная жидкость - жидкость без вязкости и абсолютно несжимаемая. В такой гипотетической жидкости отсутствуют силы трения и не тратится энергия на работу по их преодолению, а также плотность жидкости есть величина постоянная в любом сечении потока. Такое приближение хорошо работает при рассмотрении движения жидкости в медленных потоках или длинных трубах (до тех пор, пока не интересуются тем, что происходит у стенок) и позволяет в первом приближении решать практические задачи.

Итак, **полный запас энергии** объёма жидкости массой m относительно нулевого уровня (плоскости сравнения 0-0) равен:

$$E = m\cdot g\cdot z + m\cdot p/\rho + mu^2/2. \qquad (18)$$

Для идеальной (невязкой) жидкости, в которой не происходит потерь энергии при движении, в произвольных сечениях *1-1* и *2-2* энергии должны быть равны:

$$E_1 = E_2;$$

$$m\cdot g\cdot z_1 + m\cdot p_1/\rho + mu_1^2/2 = m\cdot g\cdot z_2 + m\cdot p_2/\rho + mu_2^2/2. \qquad (19)$$

Уравнение (19) можно представить как закон сохранения удельных энергий.

Термин **удельная энергия** предполагает **отношение полной энергии** к некоторому **количеству вещества - объёмному, массовому или весовому.**

Энергия, отнесённая к весу жидкости, называется **напором.** Напор измеряется в метрах. После деления всех членов уравнения (22) на вес жидкости $G=mg$, оно принимает вид:

$$z_1+\frac{p_1}{\rho\cdot g}+\frac{u_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho\cdot g}+\frac{u_2^2}{2g}\ . \tag{20}$$

Уравнение (20) называется **уравнением Бернулли**. Оно было получено в 1738 году швейцарским математиком и механиком Даниилом Бернулли.[3]

При расчете гидроприводов, газо- и нефтепроводов уравнение (20) используют обычно в виде баланса энергий, отнесенных не к весу, а к объему протекающей жидкости $V=m/\rho$:

$$\rho\cdot g\cdot z_1+p_1+\frac{\rho\cdot u_1^2}{2}=\rho\cdot g\cdot z_2+p_2+\frac{\rho\cdot u_2^2}{2}\ . \tag{21}$$

Все слагаемые уравнения (21) имеют размерность давления и называются соответственно:

$\rho\cdot g\cdot z_1$, $\rho\cdot g\cdot z_2$ - весовые давления в центрах тяжести сечений ***1-1*** и ***2-2***;

p_1, p_2 - статические давления в центрах тяжести сечений ***1-1*** и ***2-2***;

$\rho\cdot u_1^2/2$, $\rho\cdot u_2^2/2$ - динамические давления в центрах тяжести сечений ***1-1*** и ***2-2***.

Статическое давление - это напряжение сжатия в жидкости, которое появляется в результате действия на жидкость сжимающих сил.

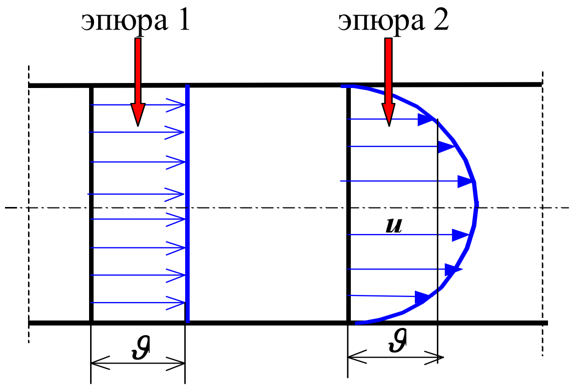
Динамическое давление - давление жидкости на преграду при её остановке и превращении кинетической энергии в энергию давления.

5.3. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ ДЛЯ РЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

При переходе от идеальной жидкости к реальной необходимо учесть наличие вязкости (сил межмолекулярного взаимодействия при сдвиге) как между жидкостью и стенкой, так и между отдельными слоями жидкости. Вследствие этого эпюра скоростей в сечении потока получается неравномерной (эпюра ***2***, Рис.14).

---

[3] Даниил Бернулли (1700-1782) -швейцарский ученый, разрабатывал законы механики жидкостей.



u **-** местная скорость в сечении ***ds*** элементарной струйки;

ϑ **-** средняя скорость в сечении потока жидкости или скорость движения всех струек идеальной жидкости (эпюра ***1***).

Q=∫uds =ϑ·s **-** объёмный расход в сечении ***s*** потока жидкости.

Рис. 14

Эпюра скоростей в сечении потока жидкости

Определим действительную кинетическую энергию потока как сумму кинетических энергий отдельных струек:

$$E_K=\int dm\cdot u^2/2=\int \rho\cdot dQ\cdot u^2/2=\rho\int uds\cdot u^2/2==\rho\cdot t\int ds\cdot u^3/2. \qquad (22)$$

На практике удобно определять кинетическую энергию потока по средней скорости. Докажем, что действительная кинетическая энергия потока E_K больше кинетической энергии $m\vartheta^2/2$, определяемой по средней скорости ϑ. Для этого представим местную скорость u как сумму средней скорости ϑ и некоторой знакопеременной добавки ε: $u=\vartheta+\varepsilon$ и вычислим отношение кинетических энергий:

$$\frac{E_K}{m\cdot\vartheta^2/2}=\frac{\rho\cdot t\int(\vartheta+\varepsilon)^3 ds}{\rho\cdot t\cdot Q\cdot\vartheta^2}=\frac{\int(\vartheta^3+3\vartheta^2\cdot\varepsilon+3\cdot\vartheta\cdot\varepsilon^2+\varepsilon^3)ds}{Q\cdot\vartheta^2}=$$

$$\frac{\int(\vartheta^3+3\cdot\vartheta\cdot\varepsilon^2)ds}{\vartheta^3\cdot s}=\frac{\int\left(1+\frac{3\cdot\varepsilon^2}{\vartheta^2}\right)ds}{s}=1+\int\frac{3\cdot\varepsilon^2\cdot ds}{s\cdot\vartheta^2}=\alpha\rangle 1;$$

Здесь учтено, что при суммировании те слагаемые, куда входит знакопеременная добавка ε в нечетной степени, равны нулю.

Корректив кинетической энергии α называется коэффициентом Кориолиса.

Итак:

Чем больше неравномерность местных **скоростей** в сечении потока (больше ***ε***)***, тем больше*** корректив кинетической энергии ***α***..

При ***ламинарном режиме*** неравномерность местных скоростей максимальная и расчетное значение **α=2.** При ***турбулентном режиме*** вследствие перемешивания частиц скорости в сечении выравниваются и α*=1,1 -1,2*..Для практических расчетов при турбулентном режиме принимается **α=1.**

Наличие вязкости приводит к появлению в потоке жидкости при ее движении сил трения, которые направлены против движения. На их преодоление затрачивается энергия жидкости.

Потерянная энергия, отнесенная к весу жидкости, называется потерями напора по длине и обозначается $h_{дл}$.

Кроме того, поток жидкости при своем движении претерпевает деформацию, которая вызывается установкой трубопроводной арматуры (краны, вентили, муфты, шайбы и др.), а также поворотами потока, внезапным расширением в сужением.

Потери энергии в такого рода препятствиях называются местными и обозначаются $h_м$.

Суммарные потери удельной энергии h_{1-2} равны:

$$h_{1-2} = h_{дл} + h_{м}. \qquad (23)$$

С учетом вязкости и деформации потока уравнение Бернулли для реальной жидкости принимает вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_1 . \vartheta_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_2 . \vartheta_2^2}{2g} + h_{1-2} \; . \qquad (24)$$

Таким образом, уравнение Бернулли представляет собой закон сохранения энергии для движущейся жидкости:

Суммарная энергия жидкости в начальном сечении (потенциальная плюс кинетическая) ***равна суммарной энергии жидкости в конечном сечении плюс потери энергии.***

Другими словами:

Начальная энергия всегда равна сумме энергии, что еще осталась, и энергии, что по пути потерялась.

Если между сечениями потока ***1-1 и 2-2*** имеется источник энергии (например, насос), **энергия** жидкости в месте установки насоса **скачком возрастает** и закон сохранения энергии принимает вид:

$$H_{нас.} + z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_1 . \vartheta_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_2 . \vartheta_2^2}{2g} + h_{1-2} \; , \qquad (25)$$

где $H_{нас.}$ - удельная энергия, которую насос забирает у приводного двигателя и передает жидкости **(напор насоса).**

Суммарная энергия жидкости в начальном сечении (потенциальная плюс кинетическая) **плюс та энергия, что добавилась в насосе, равна суммарной энергии жидкости в конечном сечении** (той, что осталась) **плюс потери энергии.**

Уравнение Бернулли в любой форме справедливо для тех сечений потока, где струйки не искривляются и не возникает сил инерции.

Правила выбора сечений

- Сечения выбираются всегда перпендикулярно направлению движения жидкости;
- Сечения выбираются там, где известно максимальное число слагаемых уравнения Бернулли или там, где нужно что-то определить;
- В сечениях струйки жидкости должны быть параллельны друг другу, именно при таком условии справедливо уравнение Бернулли.

ВНИМАНИЕ!

- Нельзя выбирать сечения на повороте трубы, при входе в трубу и т.д., то есть там, где скорость движения резко меняется по величине или по направлению и струйки искривляются.
- В левой части уравнения стоит энергия того сечения, от которого начинается движение.

5.4. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МАССЫ

Количество вещества, проходящее через поперечное сечение потока, можно измерить в единицах массы, объёма или веса. Это количество зависит, очевидно, от скорости движения, величины сечения и времени наблюдения.

Согласно Рис.15, через сечение ***1-1*** за время ***t*** пройдет объём жидкости, равный объёму цилиндра ***1-1-1′-1′***, то есть $V_1=\vartheta_1 \cdot s_1 \cdot t$, и масса жидкости $m_1=\rho_1 \cdot \vartheta_1 \cdot s_1 \cdot t$.

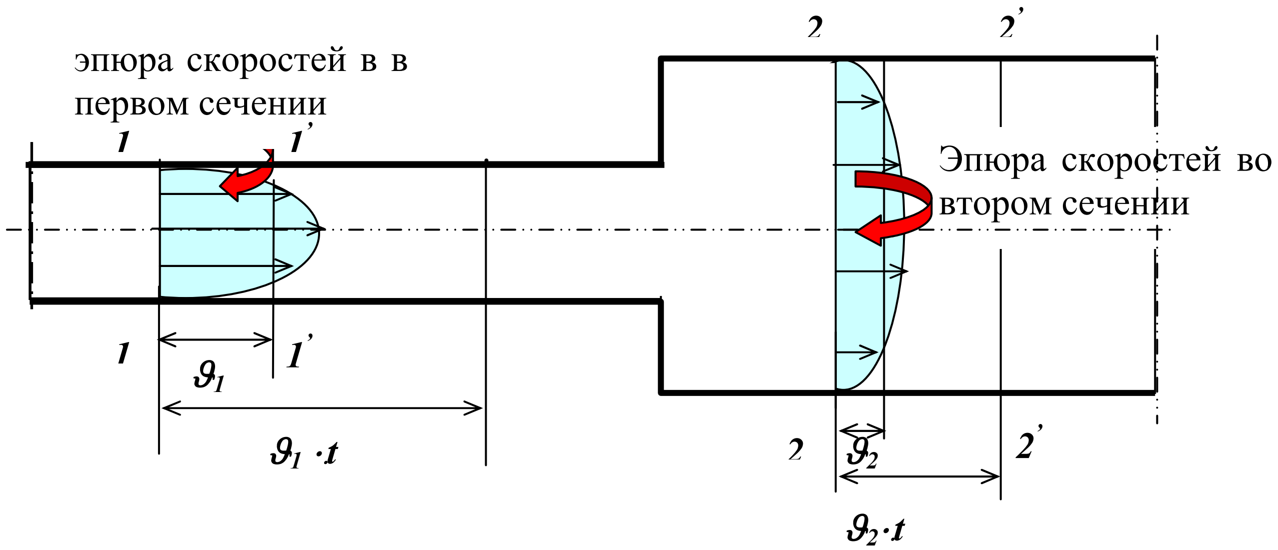


Рис. 15

Иллюстрация к выводу закона сохранения массы

На пути движения от начального сечения к конечному форма поперечных сечений потока может меняться самым причудливым образом, однако то массовое количество жидкости, которое прошло за время t через любое сечение, должно остаться неизменным. Это следует из закона сохранения массы.

Для Рис. 15:

$$\rho_1 \cdot \vartheta_1 \cdot s_1 \cdot t = \rho_2 \cdot \vartheta_2 \cdot s_2 \cdot t. \qquad (26)$$

Поскольку время можно выбирать произвольно, удобно сравнивать количества жидкости, проходящие за единицу времени (1 с, 1 мин, 1 час и т.д.).

Количество жидкости, проходящее через сечение за единицу времени, называется *расходом*.

$$Q = \vartheta \cdot s \qquad \text{- объемный расход} \qquad (27)$$

$$Q_m = \rho \cdot \vartheta \cdot s = \rho \cdot Q = m/t \qquad \text{- массовый расход} \qquad (28)$$

$$Q_G = \rho \cdot g \cdot \vartheta \cdot s = \rho \cdot g \cdot Q = G/t \qquad \text{- весовой расход} \qquad (29)$$

Для жидкости плотность ρ можно считать постоянной величиной. Это следует из закона Гука.

Закон Гука определяет связь между напряжением и объемной деформацией при всестороннем сжатии жидкости:

$$\Delta p = - E \cdot \varepsilon$$

Здесь E - модуль объёмной упругости жидкости, $\varepsilon = \Delta V/V$ -относительное изменение объёма, **V** - первоначальный объем. Знак минус показывает, что при увеличении давления объём жидкости уменьшается.

Модуль упругости стали $E_{cm} = 2 \cdot 10^{11}$Па, а модуль упругости воды $E = 2 \cdot 10^9$Па. Вследствие высокого модуля упругости жидкости сжимаются незначительно. Так, при повышении давления на 10МПа, изменение объёма равно:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta p}{E} = \frac{10 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^9} = 0{,}5 \cdot 10^{-2} = 0{,}5\%.$$

Поэтому чаще всего в гидравлических расчетах жидкость считают несжимаемой и плотность жидкости $\rho = m/V$ принимается величиной постоянной и независящей от давления:

Принимая ρ=const, вместо (26) получим:

$$\vartheta_1 \cdot s_1 = \vartheta_2 \cdot s_2 = \ldots\ldots = Q = const. \qquad (30)$$

Уравнение (30) выражает закон постоянства объемного расхода по длине потока.

5.5. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ МАССЫ И ЭНЕРГИИ ПРИ ДВИЖЕНИИ ГАЗА

При движении газа (расчет газопроводов) нужно учитывать, что плотность газа зависит от давления и температуры:

$$\rho = p/RT. \qquad (31)$$

Это уравнение состояния газа (уравнение Клайперона). Здесь R – газовая постоянная, равная для воздуха 287дж/кг·°К.

В разных сечениях трубопроводной системы давление может отличаться на десятки атмосфер. Это приводит к существенному различию плотностей в сечениях газового потока и, как следствие, к различию объёмных расходов.

При движении газа в сечениях потока **сохраняется массовый расход**!

$$Q_m = \rho_1 \cdot \vartheta_1 \cdot s_1 = \rho_2 \cdot \vartheta_2 \cdot s_2 = \ldots\ldots = \rho_i \cdot \vartheta_i \cdot s_i = \mathrm{const} \qquad (32)$$

Как известно, **капельная жидкость** в сечении обладает ***потенциальной и кинетической энергией.***

Газы обладают ***потенциальной, кинетической и внутренней энергией***.

Внутренняя энергия газа зависит от температуры.

Для самого общего **политропного** процесса закон сохранения энергии для единицы веса (1н) газа имеет вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho_1 \cdot g} + \frac{1}{n-1} \cdot \frac{p_1}{\rho_1 \cdot g} + \frac{\alpha_1 \vartheta_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho_2 \cdot g} + \frac{1}{n-1} \cdot \frac{p_2}{\rho_2 \cdot g} + \frac{\alpha_2 \vartheta_2^2}{2g} + h_{1-2},$$

где z – удельная потенциальная энергия положения; $p/\rho g$ - удельная потенциальная энергия давления; $p/(\rho g \cdot (n-1)) = R \cdot T/(g \cdot (n-1))$ - внутренняя энергия; $\alpha\vartheta^2/2g$ –удельная кинетическая энергия; h_{1-2}- потери энергии; n –показатель политропы.

Если при движении газа по трубам вследствие теплообмена с окружающей средой температура по длине не изменяется, то имеет место **изотермический процесс (Т**=const). При этом внутренняя энергия в сечениях трубопровода остается постоянной.

Уравнение Бернулли при изотермическом течении газа имеет такой же вид, как и для несжимаемой жидкости (плотности газа в сечениях разные!):

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho_1 \cdot g} + \frac{\alpha_1 \vartheta_1^{\,2}}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho_2 \cdot g} + \frac{\alpha_2 \vartheta_2^{\,2}}{2g} + h_{1-2}\,. \qquad (33)$$

5.6. РАСЧЕТ ТРУБОПРОВОДОВ. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Большинство гидродинамических задач нефтегазовой практики связано с движением жидкости по различного рода трубопроводным системам. При этом необходимо знать ***количество*** протекающей жидкости или газа (***расход***) и ***энергетические характеристики***, зависящие от ***давления*** и положения жидкости в поле силы тяжести (***высот*** z). Часто возникает и обратная задача – при известном расходе и энергетических характеристиках определить ***диаметр трубопровода***. Далее на конкретных примерах рассмотрены способы решения этих и некоторых других задач.

5.6.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛЫ ИЛИ ДАВЛЕНИЯ

Определить силу $\boldsymbol{R}$, которую нужно приложить к поршню насоса диаметром $\boldsymbol{D}$=65мм, чтобы подавать в бак бензин (плотность ρ = 765кг/м^3, кинематический коэффициент вязкости ν = 0,4сСт) с постоянным расходом $\boldsymbol{Q}$ = 2,5л/с. Высота подъёма жидкости в установке H_0 = 10м, показание манометра $p_{м0}$ =0,15МПа. Размеры трубопровода $\boldsymbol{l}$ =60м, $\boldsymbol{d}$ =30мм; его эквивалентная шероховатость $\Delta_э$=0,03мм; коэффициент сопротивления вентиля $\xi_в$ =5,5.

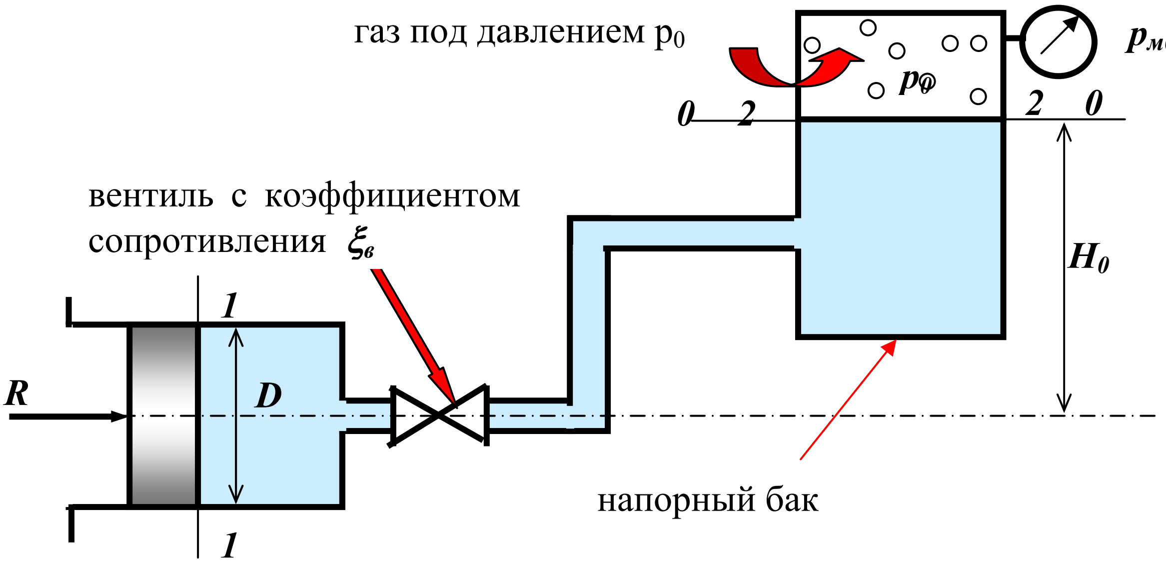


Рис. 16

Схема к задаче

Решение

1. Выбираем два сечения ***1-1*** и ***2-2***, а также плоскость сравнения ***0-0*** и записываем в общем виде уравнение Бернулли:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_1 \vartheta_1^{\,2}}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_2 \vartheta_2^{\,2}}{2g} + h_{1-2}.$$

Здесь p_1 и p_2 – абсолютные давления в центрах тяжести сечений; ϑ_1 и ϑ_2 – средние скорости в сечениях; z_1 и z_2 – высоты центров тяжести сечений относительно плоскости отсчета ***0-0; h_{1-2}*** –потери напора при движении жидкости от порвого до второго сечения.

Правила выбора сечений:

- Сечения выбираются всегда перпендикулярно направлению движения жидкости и должны располагаться на прямолинейных участках потока.
- Одно из расчетных сечений необходимо брать там, где нужно определить давление p, высоту z или скорость ϑ, второе, где величины p, z, и ϑ известны.
- Нумеровать расчетные сечения следует так, чтобы жидкость двигалась от сечения ***1-1*** к сечению ***2-2***.

В нашей задаче сечение ***1-1***, откуда начинается движение жидкости, выбрано по поверхности поршня, так как именно в центре тяжести этого сечения необходимо определить давление жидкости. Далее, из условия равномерного движения поршня, можно определить силу R.

Сечение ***2-2*** выбрано по поверхности жидкости в напорном баке, так как там известны все слагаемые, составляющие удельную энергию жидкости.

Для определения величин z нужно выбрать положение плоскости сравнения (или отсчета) ***0-0.***

Правила выбора плоскости отсчета 0-0 и определения величин *z*

- Плоскость ***0-0*** всегда проходит горизонтально.
- Для удобства её проводят через центр тяжести одного из сечений.
- Высота положения центра тяжести сечения z выше плоскости отсчета считается положительной, а ниже – отрицательной.

В нашей задаче проводим плоскость ***0-0*** горизонтально через центр тяжести второго сечения. Она совпадает с сечением ***2-2***.

Итак:

Неизвестная величина – давление p_1 вычисляется из уравнения Бернулли. Все остальные величины, входящие в уравнение, или известны по условию, или определяются.

2. Определяем слагаемые уравнения Бернулли в общем виде (не вычисляя). Далее подставляем их в уравнение Бернулли, приводим подобные члены, производим алгебраические преобразования и определяем из этого уравнения неизвестную величину (силу R) в общем виде.

- Высоты центров тяжести сечений: $z_1 = -H_0$; $z_2 = 0$;
- Средние скорости в сечениях: $\vartheta_1 = Q/s_1 = 4 \cdot Q/\pi/D^2$;

$\vartheta_2 = Q/s_2$. Так как $s_2 >> /s_1$, то $\vartheta_2 << \vartheta_1$ и можно принять $\vartheta_2 = 0$.

Правила определения скоростей ϑ_1 и ϑ_2

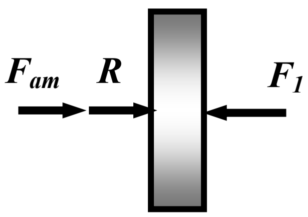
- Средняя скорость в сечении равна расход / площадь:

$$\vartheta = Q/s. \qquad (34)$$

- Если площадь одного из сечений много больше площади другого сечения, то скорость в этом сечении будет много меньше скорости в другом сечении и её можно принять равной нулю. Это следует из закона постоянства расхода жидкости:

$$\vartheta_1 \cdot s_1 = \vartheta_2 \cdot s_2 = \ldots\ldots = Q = const.$$

- **Коэффициенты Кориолиса α_1 и α_2** зависят от режима движения жидкости. При ламинарном режиме $\alpha=2$, а при турбулентном $\alpha=1$.
- **Абсолютное давление в первом сечении** $p_1 = p_{1\text{м}} + p_{\text{ат}}$, $p_{1\text{м}}$ – избыточное (манометрическое) давление в первом сечении, оно неизвестно и подлежит определению. Давление $p_{1\text{м}}$ можно связать с силой R через условие равномерного движения поршня.



$F_{\text{ат}} + R - F_1 = 0$ –при равномерном движении результирующая сила равна нулю. Это следствие второго закона Ньютона: $F = ma$; $\vartheta = const$; $a = 0$.

$R = F_1 - F_{\text{ат}} = (p_1 - p_{\text{ат}}) \cdot s_D = p_{1\text{м}} \cdot s_D$.

$p_{1\text{м}} = R/s_D = 4 \cdot R/(\pi \cdot D^2)$.

Таким образом, при известной силе R можно определить манометрическое давление и, наоборот, зная манометрическое давление, можно вычислить силу.

- Абсолютное давление во втором сечении $p_2 = p_{м0} + p_{ат}$.

После подстановки абсолютных давлений в уравнение Бернулли атмосферное давление сократится.

Правила определения абсолютных давлений p_1 и p_2 в центрах тяжести сечений

- Абсолютное давление в центре тяжести сечения определяется через показания $p_м$ или p_v приборов (мановакуумметров):

$$p = p_м + p_{ат},\ \text{если}\ p > p_{ат};$$

$$p = -p_v + p_{ат},\ \text{если}\ p < p_{ат}.$$

При этом атмосферное давление входит в левую и правую часть уравнения Бернулли и сокращается. Это неудивительно.

Параметры гидродинамического процесса не должны зависеть от атмосферного давления!

- Если известна внешняя сила, действующая на поршень, давление можно определить из условия : алгебраическая сумма всех сил равна нулю.

И наоборот, зная давление, можно определить внешнюю силу.

- **Потери напора** $h_{1\text{-}2}$ складываются из потерь напора на трение по длине потока $h_{дл}$ и потерь на местные гидравлические сопротивления $\sum h_м$:

$$h_{1\text{-}2} = h_{дл} + \sum h_м.$$

Определение потерь по длине трубопровода $h_{дл}$

$$h_{дл} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\vartheta^2}{2g} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{Q^2}{s^2 \cdot 2g} \quad - \quad \text{формула Дарси-Вейсбаха} \quad (35)$$

- l, d, s - длина, диаметр и площадь поперечного сечения трубопровода;
- ϑ, Q – средняя скорость и расход в сечении трубопровода;
- λ - коэффициент гидравлического трения.

Последовательность вычисления коэффициента трения λ и коэффициента кориолиса α

- Определяется режим движения жидкости, для чего вычисляется безразмерное число Рейнольдса:

$$Re = \frac{\vartheta \cdot d \cdot \rho}{\eta} = \frac{Q \cdot 4 \cdot d \cdot \rho}{\pi \cdot d^2 \cdot \eta} = \frac{Q \cdot 4 \cdot \rho}{\pi \cdot d \cdot \eta} = \frac{Q \cdot 4}{\pi \cdot d \cdot \nu}, \qquad (36)$$

где η и $\nu = \eta/\rho$ - соответственно динамический и кинематический коэффициенты вязкости[4], приводятся в справочной литературе (Приложение 1).

- Вычисленное значение числа Рейнольдса ***Re*** сравнивается с критическим значением $Re_{кр}$.

Если $Re < Re_{кр}$ – имеет место ламинарный[5] режим.

Если $Re > Re_{кр}$ – имеет место турбулентный[6] режим.

Критическое число Рейнольдса зависит от формы поперечного сечения канала. Для круглого сечения $Re_{кр}$ =2300.

При ламинарном режиме (Re < 2300):

$$\lambda = 64 / Re, \quad \alpha = 2 \qquad (37)$$

При турбулентном режиме (Re >2300):

$$\lambda = 0{,}11 \cdot (68/Re + \Delta_э/d)^{0,25}, \quad \alpha = 1 \qquad (38)$$

где $\Delta_э$ – эквивалентная шероховатость поверхности трубопровода, зависит от материала поверхности и способа её обработки, приводится в справочниках (Приложение 5).

---

[4] ***Вязкость*** – свойство газов и жидкостей, характеризующее сопротивление действию внешних сил, вызывающих их течение.

[5] ***Ламинарное течение*** (от лат. lamina – пластинка, полоска), течение, при котором жидкость или газ перемещается слоями без перемешивания.

[6] ***Турбулентное течение*** (от лат. turbulentus-бурный, беспорядочный), течение, при котором частицы жидкости совершают неупорядочные, хаотические движения по сложным траекториям и отличается от ламинарного течения интенсивным перемешиванием слоев.

В нашей задаче потери по длине необходимо записать так:

$$h_{дл} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\vartheta^2}{2g} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{Q^2}{s^{2} \cdot 2g}.$$

Далее необходимо определить местные[7] гидравлические сопротивления, возникающие при движении жидкости от сечения ***1-1*** к сечению ***2-2***. Обычно зона деформации потока в районе местного сопротивления невелика по сравнению с длиной труб. Поэтому считают, что местные потери имеют место как бы в одном сечении, а не на участке, имеющем некоторую длину.

Местные гидравлические сопротивления всегда возникают в тех сечениях потока, где скорость движения резко меняется по величине или по направлению. Согласно этому, в нашей задаче (Рис.16) имеют место сопротивление при внезапном сужении потока (выход из цилиндра в трубопровод) - $h_{вн.суж.}$, при прохождении жидкости через вентиль – $h_в$, в двух резких поворотах на угол 90° - $2h_{пов.}$, и при резком расширении потока при выходе из трубы в бак - $h_{вых}$.

$$\sum h_м = h_{вн.суж.} + h_в + 2h_{пов.} + h_{вых}$$

Определение местных гидравлических сопротивлений

Потери напора в местных сопротивлениях определяют по формуле Вейсбаха:

$$h_м = \xi \cdot \frac{\vartheta^2}{2g} = \xi \cdot \frac{Q^2}{s^2 \cdot 2g}, \qquad (39)$$

- где ξ - безразмерный коэффициент, зависит от вида и конструктивного выполнения местного сопротивления, состояния внутренней поверхности и ***Re,*** определяется по справочным данным (Приложение 6, 7).
- ϑ- скорость движения жидкости в трубопроводе, где установлено местное сопротивление.

Если между сечениями ***1-1*** и ***2-2*** потока расположено много местных сопротивлений и расстояние между ними больше длины их взаимного влияния (≈6***d***), то местные потери напора суммируются. В большинстве случаев так и предполагается при решении задач.

$$\sum h_м = \sum_{i=1}^{n} \xi_i \cdot \frac{\vartheta^2}{2g} = \sum_{i=1}^{n} \xi_i \cdot \frac{Q^2}{s^2 \cdot 2g}.$$

- **В нашей задаче** местные потери напора равны:

[7] ***Местные гидравлические сопротивления*** – препятствия на пути движения жидкости, где происходит деформация потока, образуются вихри и затрачивается энергия. К ним относится трубопроводная арматура и резкие изменения формы поперечных сечений.

$$\sum h_м = h_{вн.суж.} + h_в + 2h_{пов.} + h_{вых} = (\xi_{вн.суж.} + \xi_в + 2\xi_{пов.} + \xi_{вых})\cdot Q^2/(s^2\cdot 2g);$$

$\sum h_м = \sum \xi \cdot Q^2/(s^2\cdot 2g);$ где $\sum \xi = \xi_{вн.суж.} + \xi_в + 2\xi_{пов.} + \xi_{вых}$

- **В нашей задаче** суммарные потери напора равны:

$$h_{1\text{-}2} = (\lambda\cdot l/d + \sum\xi)\cdot Q^2/(s^2\cdot 2g.$$

Определение коэффициента местного сопротивления

- При развитом турбулентном движении в местном сопротивлении (***Re*** > 10^4) имеет место турбулентная автомодельность - потери напора пропорциональны скорости во второй степени, и коэффициент сопротивления не зависит от числа ***Re*** *(*квадратичная зона для местных сопротивлений). При этом $\xi_{кв}=const$ и определяется по справочным данным (Приложение 6).
- В большинстве практических задач имеет место турбулентная автомодельность и коэффициент местного сопротивления - постоянная величина.
- При ламинарном режиме $\xi = \xi_{кв}\cdot\varphi$, где φ -функция числа ***Re*** (Прил. 7).
- При внезапном расширении трубопровода коэффициент внезапного расширения определяется так:

$$\xi_{вн.\ расш} = (1-s_1/s_2)^2 = (1-d_1^2/d_2^2)^2 \qquad (40)$$

- Когда $s_2 >> s_1$, что соответствует выходу жидкости из трубопровода в резервуар , .$\xi_{вых.}$=1.
- При внезапном сужении трубопровода коэффициент внезапного сужения $\xi_{вн.\ суж.}$ равен:

$$\xi_{вн.суж.} = 0{,}5\cdot(1-\frac{s_2}{s_1}) = 0{,}5\cdot(1-\frac{d_2^{\ 2}}{d_1^{\ 2}}), \qquad (41)$$

где s_1 -площадь широкого (входного) сечения, а s_2 -площадь узкого (выходного) сечения.

- Когда $s_1 >> s_2$, что соответствует входу жидкости из резервуара в трубопровод, $\xi_{вх.}$=0,5 (при острой входной кромке).
- Коэффициент сопротивления вентиля $\xi_в$ зависит от степени открытия крана (Приложение 6).

3. Подставляем определенные выше величины в уравнение Бернулли:

$$-H_0+\frac{\frac{R}{\omega_1}+p_{\text{ат}}}{\rho\cdot g}+\frac{\alpha_1\cdot Q^2}{s_1^2\cdot 2g}=0+\frac{p_{м0}+p_{\text{ат}}}{\rho\cdot g}+0+(\lambda\cdot\frac{l}{d}+\sum\xi)\cdot\frac{Q^2}{s^2\cdot 2g}.$$

Сокращаем слагаемые с атмосферным давлением, убираем нули и приводим подобные члены. В результате получим:

$$\frac{R}{s_1\cdot\rho\cdot g}=H_0+\frac{p_{м0}}{\rho\cdot g}+(\lambda\cdot\frac{l}{d}+\sum\xi-\frac{\alpha_1\cdot s^2}{s_1^2})\cdot\frac{Q^2}{s^2\cdot 2g}; \qquad (42)$$

Это расчетное уравнение для определения величины R – силы на штоке поршня.

4. Вычисляем величины, входящие в уравнение (42). Исходные данные подставляем в системе СИ.

- площадь сечения 1-1 $s_1=\pi\cdot d_1^2/4$ = 3,14·0,065²/4 = 3,32·10⁻³м².
- площадь сечения трубопровода $s=\pi\cdot d^2/4$ = 3,14·0,03²/4 = 0,71·10⁻³м².
- сумма коэффициентов местных сопротивлений
  $\sum\xi=\xi_{вн.суж.}+\xi_{в}+2\xi_{пов.}+\xi_{вых}$ =0,39+5,5 + 2·1,32+1=9,53.
- коэффициент внезапного сужения

  $$\xi_{\text{вн.суж.}}=0{,}5\cdot(1-\frac{s_2}{s_1})=0{,}5\cdot(1-\frac{0{,}71\cdot10^{-3}}{3{,}32\cdot10^{-3}})=0{,}39$$

- коэффициент резкого поворота на 90° $\xi_{\text{пов.}}$= 1,32 (Приложение 6);
- коэффициент сопротивления при выходе из трубы $\xi_{\text{вых.}}$= 1 (формула 40);
- коэффициент трения λ

  $$Re=\frac{4Q}{\pi\cdot d\cdot\nu}=\frac{4\cdot2{,}5\cdot10^{-3}}{3{,}14\cdot0{,}03\cdot0{,}4\cdot10^{-6}}=2{,}65\cdot10^5;$$

  $$\lambda=0{,}11\cdot(\frac{68}{Re}+\frac{\Delta_э}{d})^{0{,}25}=0{,}11\cdot(\frac{68}{2{,}65\cdot10^5}+\frac{0{,}03\cdot10^{-3}}{30\cdot10^{-3}})^{0{,}25}=2{,}1\cdot10^{-2};$$

Так как число Рейнольдса $Re>Re_{кр}$ ($2{,}65\cdot10^5>2300$), то коэффициент трения рассчитывался по формуле (38).

По условию кинематический коэффициент вязкости задан в сантистоксах (сСт). 1сСт = 10^{-6}м²/с.

- Коэффициент Кориолиса α_1 в сечении 1-1

  $$Re_1=\frac{4Q}{\pi\cdot D\cdot\nu}=\frac{4\cdot2{,}5\cdot10^{-3}}{3{,}14\cdot0{,}065\cdot0{,}4\cdot10^{-6}}=1{,}22\cdot10^5;$$

  Так как режим движения в сечении ***1-1*** турбулентный, то α_1 =1.
- Сила на штоке

$$R = 3{,}32 \cdot 10^{-3} \cdot 765 \cdot 9{,}8 \cdot \Big(10 + \frac{0{,}15 \cdot 10^{6}}{765 \cdot 9{,}8} +$$

$$\Big(0{,}021 \cdot \frac{60}{0{,}03} + 9{,}53 - \frac{(0{,}71 \cdot 10^{-3})^2}{(3{,}32 \cdot 10^{-3})^2}\Big) \cdot \frac{(2{,}5 \cdot 10^{-3})^2}{(0{,}71 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 2 \cdot 9{,}8}\Big) = 1558 \text{ Н}$$

5.6.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСХОДА ЖИДКОСТИ

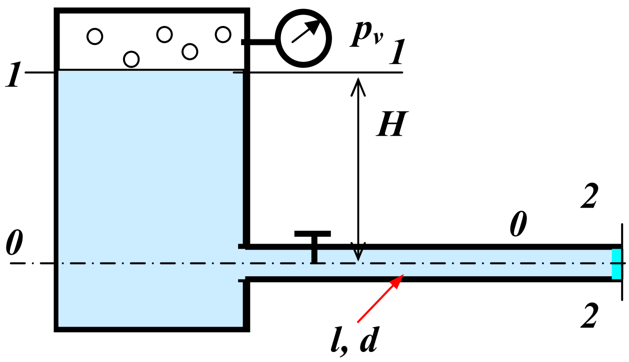


Рис. 17

Схема к задаче

Топливо (ρ=819кг/м^3, динамический коэффициент вязкости η=1,5·10^{-3}Па·с) вытекает в атмосферу из резервуара с постоянным уровнем ***H***=5,6м и избыточным давлением на поверхности жидкости $p_м$=10кПа по горизонтальному трубопроводу (l=30м, d=80мм, трубы сварные, бывшие в употреблении, $\Sigma\xi$=3).

Определить расход.

ВНИМАНИЕ!

Поскольку все необходимые пояснения и теоретические основы применения уравнения Бернулли были подробно сделаны при решении задачи 1, закон сохранения энергии для данной задачи выводится без подробных пояснений.

Решение

1. Выбираем два сечения ***1-1*** и ***2-2***, а также плоскость сравнения ***0-0*** и записываем в общем виде уравнение Бернулли:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_1 \vartheta_1^{\,2}}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_2 \vartheta_2^{\,2}}{2g} + h_{1-2}\,.$$

Здесь p_1 и p_2 – абсолютные давления в центрах тяжести сечений; ϑ_1 и ϑ_2 – средние скорости в сечениях; z_1 и z_2 – высоты центров тяжести сечений относительно плоскости отсчета ***0-0***; h_{1-2} –потери напора при движении жидкости от первого до второго сечения.

2. Определяем слагаемые уравнения Бернулли в данной задаче.

- Высоты центров тяжести сечений: $z_1 = H$; $z_2 = 0$.

- Средние скорости в сечениях: $\vartheta_2 = Q/s_2 = 4 \cdot Q/\pi/d^2$;

  $\vartheta_1 = Q/s_1$. Так как $s_1 >> /s_2$, то $\vartheta_1 << \vartheta_2$ и можно принять $\vartheta_1 = 0$.
- Коэффициенты Кориолиса α_1 и α_2 зависят от режима движения жидкости. При ламинарном режиме $\alpha=2$, а при турбулентном $\alpha=1$.
- Абсолютное давление в первом сечении $p_1 = p_м + p_{ат}$, $p_м$ – избыточное (манометрическое) давление в первом сечении, оно известно.
- Абсолютное давление в сечении 2-2 равно атмосферному $p_{ат}$, так как жидкость вытекает в атмосферу.
- Потери напора h_{1-2} складываются из потерь напора на трение по длине потока $h_{дл}$ и потерь на местные гидравлические сопротивления $\sum h_м$.

$$h_{1-2} = h_{дл} + \sum h_м.$$

- Потери по длине равны

$$h_{дл} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\vartheta^2}{2g} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{Q^2}{s^2 \cdot 2g}.$$

- Местные потери напора равны

$\sum h_м = \sum \xi \cdot \vartheta^2/(2g) = \sum \xi \cdot Q^2/(s^2 \cdot 2g);$ где $\sum \xi$ задано по условию

- Суммарные потери напора равны

$$h_{1-2} = (\lambda \cdot l/d + \sum \xi) \cdot Q^2/(s^2 \cdot 2g);$$

3. Итак, подставляем определенные выше величины в уравнение Бернулли и получаем закон сохранения энергии для нашей задачи:

$$H + \frac{p_м + p_{ат}}{\rho \cdot g} + 0 = 0 + \frac{p_{ат}}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_2 \cdot Q^2}{s_2^2 \cdot 2g} + (\lambda \cdot \frac{l}{d} + \sum \xi) \cdot \frac{Q^2}{s^2 \cdot 2g}.$$

Сокращаем слагаемые с атмосферным давлением, убираем нули и приводим подобные члены. В результате получим:

$$H + \frac{p_м}{\rho \cdot g} = (\lambda \cdot \frac{l}{d} + \sum \xi + \alpha_2) \cdot \frac{Q^2}{s^2 \cdot 2g}. \quad (43)$$

Это расчетное уравнение для определения расхода жидкости. Оно представляет собой закон сохранения энергии для данной задачи. Расход входит в правую часть уравнения непосредственно, а также в коэффициент трения λ через число Re ($Re = 4Q/(\pi \cdot d \cdot \nu)$)!

Не зная расход, невозможно определить режим движения жидкости и выбрать формулу для λ. Кроме этого, при турбулентном режиме коэффициент трения зависит от расхода сложным образом (см. формулу (38)). Если подставить выражение (38) в формулу (43), то полученное уравнение не решается алгебраическими способами, то есть является трансцендентным[8]. Такие уравнения решаются графическим способом или численно с помощью ЭВМ (чаще всего методом итераций).

Численный способ решения

Задача решается методом последовательных приближений - методом ***итераций***[9]. Как известно из математики, для применения этого метода необходимо представить уравнение (54) в виде: ***аргумент равен функции от аргумента*** - $\boldsymbol{Q=\phi(Q)}$.

$$Q=\sqrt{\frac{(H+\frac{p_м}{\rho\cdot g})\cdot s^2\cdot 2g}{\lambda(Q)\cdot\frac{l}{d}+\sum\xi+\alpha_2(Q)}}=\phi(Q); \qquad (44)$$

Порядок расчета

- Задаемся некоторым начальным значением λ_o коэффициента трения и значением коэффициента Кориолиса α_o. Если в результате анализа исходных данных можно предположить ламинарный режим (высокая вязкость жидкости), то $\lambda_o=64/\mathbf{Re}_{кр}$, и $\alpha_o=2$; если турбулентный (малая вязкость и значительная шероховатость труб), то $\lambda_o=0{,}11\cdot(\Delta_э/d)^{0,25}$ и $\alpha_o=1$ (предполагается режим квадратичных сопротивлений).
- Определяется правая часть уравнения (44) - функция $\phi(Q)$, то есть начальное значение расхода жидкости Q_o.
- Определяется число $Re_o=4\cdot Q_o\cdot\rho/(\pi\cdot d\cdot\eta)$, уточняется режим движения и определяется значение λ_1 коэффициента трения по уточненным формулам:

$$Re_o=\frac{\vartheta\cdot d\cdot\rho}{\eta}=\frac{Q_o\cdot 4\cdot d\cdot\rho}{\pi\cdot d^2\cdot\eta}=\frac{Q_o\cdot 4\cdot\rho}{\pi\cdot d\cdot\eta}$$

$$Re_o<2300 \qquad \lambda_1=64/Re_o,\ \alpha_1=2.$$

$$Re_o>2300 \qquad \lambda_1=0{,}11\cdot(68/Re_o+\Delta_э/d)^{0,25},\ \alpha_1=1.$$

- Определяется правая часть уравнения (44) - функция $\phi(Q)$, то есть последующее значение расхода жидкости Q_1.

---

[8] ***Трансцендентный*** происходит от лат. transcendo –выхожу за пределы.

[9] ***Итерация*** (от латинского iteratio - повторение) - повторное применение какой-либо математической операции.

- Сравниваются расходы Q_1 и Q_o. Если они отличаются на заданную точность, расчет прекращается. Если нет, то повторяются пункты 3÷5 до тех пор, пока последующее и предыдущее значение расхода не совпадут с заданной точностью.

Принимаем для стальных умеренно заржавленных труб $\Delta_э$ = 0,2мм. Судя по исходным данным – жидкость маловязкая и можно предположить турбулентный режим движения.

В нашей задаче λ_o=0,11·$(\Delta_э/d)^{0,25}$ =0,11·$(0,2/80)^{0,25}$=0,025; Q_o=0,0159; Re_0=1,38·10^5; λ_1 = 0,11·$(68/1,38\cdot10^5 +0,2/80)^{0,25}$ = 0,026; Q_1=0,0157. Re_1=1,36·10^5; λ_2 = 0,11·$(68/1,36\cdot10^5 +0,2/80)^{0,25}$ = 0,026; Q_2=0,0157

$Q_1 = Q_2 = Q$ = 0,0157$м^3/с$ - расчетное значение расхода.

В нашем примере после второго приближения расчет можно закончить.

Метод итераций - один из наиболее распространенных методов численного решения уравнений, легко реализуется на ЭВМ.

В случае ламинарного режима движения:

$$\lambda=64/Re=64\cdot\pi\cdot d\cdot\eta/(4\cdot Q\cdot\rho)$$

и уравнение (43) превращается в квадратное уравнение относительно расхода.

$$H+\frac{p_м}{\rho\cdot g}=\frac{Q^2\cdot 8}{\pi^2\cdot d^4\cdot g}(\sum\xi+\alpha)+\frac{128\cdot Q\cdot\eta\cdot l}{\pi\cdot d^4\cdot g\cdot\rho} \qquad (45)$$

Корни уравнения (45) легко определяются.

Графический способ решения

Решить любое уравнение - это значит найти то значение неизвестной величины, при котором левая часть уравнения равна правой.

Графический способ основан на построении графиков функций левой и правой частей уравнения (43) и нахождении точки их пересечения. При этом последовательно задаются рядом значений расхода Q, вычисляя при каждом значении Q число Re, λ, $f(Q)$, $F(Q)$. В данном случае $F(Q)$ обозначена левая часть уравнения (43).

Последовательность вычисления коэффициента трения λ и коэффициента Кориолиса α на каждом шаге остается прежней, а именно:

Последовательность вычисления λ и α.

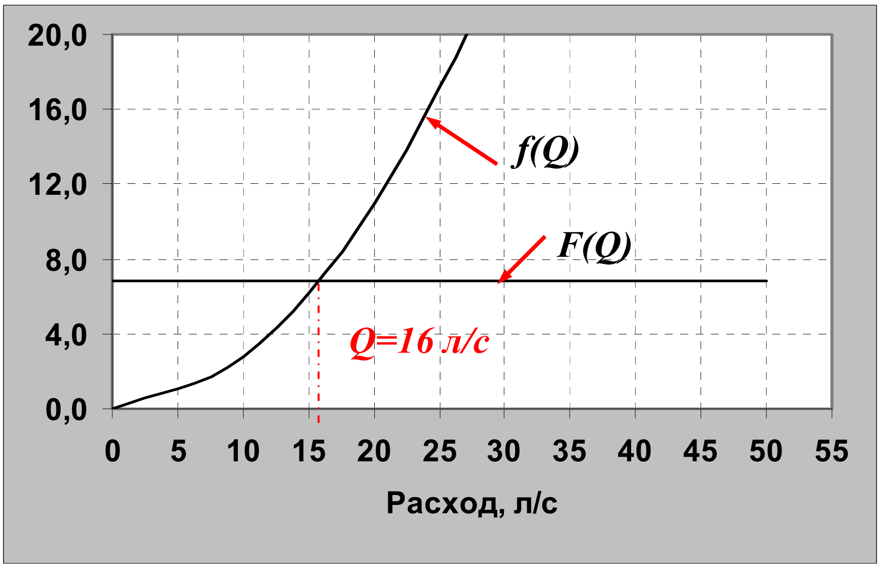
$$Re = \frac{\vartheta \cdot d \cdot \rho}{\eta} = \frac{Q \cdot 4 \cdot d \cdot \rho}{\pi \cdot d^2 \cdot \eta} = \frac{Q \cdot 4 \cdot \rho}{\pi \cdot d \cdot \eta}$$

$Re < 2300$ $\lambda = 64 / Re$, $\alpha = 2$.

$Re > 2300$ $\lambda = 0{,}11 \cdot (68/Re + \Delta_э/d)^{0,25}$, $\alpha = 1$.

Расчеты и построение графиков очень удобно выполнять на ЭВМ с помощью электронных таблиц (***Microsoft Excel).*** Ниже представлена расчетная таблица и графики.

Q, л/с	0,0001	10	20	30	40	50
Re	0,869	86943	2E+05	3E+05	3E+05	4E+05
λ	0,327	0,026	0,026	0,025	0,025	0,025
f(Q)	2,6E-09	2,801	10,96	24,45	43,29	67,47
F(Q)	6,84	6,84	6,84	6,84	6,84	6,84

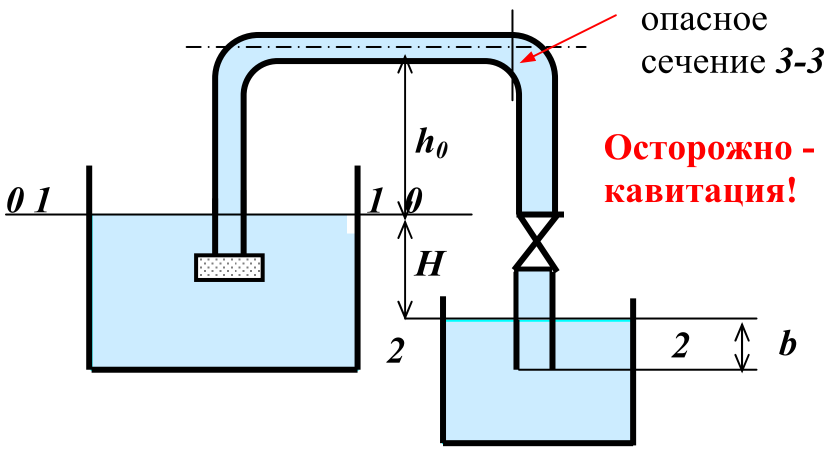


5.6.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИАМЕТРА ТРУБОПРОВОДА И КАВИТАЦИОННЫЙ РАСЧЕТ

По сифонному сливу (l = 50м, d= ?, шероховатость трубопровода $\Delta_э$=0,06мм) подается топливо (ρ=840кг/м^3, ν=5,5·10^{-6}м^2/с) с расходом Q = 0,01м^3/с при разности отметок уровней в резервуарах H=1,38м.

На сливе имеется фильтр для светлых нефтепродуктов, два колена и вентиль, который полностью открыт. Даны также высоты h_0=3м и b=2м., давление насыщенных паров при температуре перекачки $p_{н.п.}$= 3кПа, $p_{ат}$=10^{5}Па.

Определить диаметр трубопровода и проверить условие нормальной работы сифона.



Опасное сечение то, где давление меньше атмосферного и минимально

Рис. 19

Схема к задаче

Поскольку все необходимые пояснения и теоретические основы применения уравнения Бернулли были подробно сделаны при решении задачи 1, закон сохранения энергии для данной задачи выводится без подробных пояснений. Сначала определим диаметр трубопровода.

Определение диаметра трубопровода

1. Выбираем два сечения ***1-1*** и ***2-2***, а также плоскость сравнения ***0-0*** и записываем в общем виде уравнение Бернулли:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_1 \vartheta_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_2 \vartheta_2^2}{2g} + h_{1-2},$$

где p_1 и p_2 – абсолютные давления в центрах тяжести сечений; ϑ_1 и ϑ_2 – средние скорости в сечениях; z_1 и z_2 – высоты центров тяжести сечений относительно плоскости отсчета ***0-0;*** h_{1-2} –потери напора при движении жидкости от первого до второго сечения.

2. Определяем слагаемые уравнения Бернулли в данной задаче.

- Высоты центров тяжести сечений: $z_1 = 0$; $z_2 = -H$;
- Средние скорости в сечениях: $\vartheta_1 = Q/s_1$; $\vartheta_2 = Q/s_2$; $\vartheta_{\text{тр}} = Q/s$.

Так как s_1>>/s, и s_2>>/s, то $\vartheta_1 << \vartheta_{\text{тр}}$ и $\vartheta_2 << \vartheta_{\text{тр}}$; можно принять $\vartheta_1 = \vartheta_2 = 0$ по сравнению со скоростью движения в трубопроводе.

Другими словами, слагаемое h_{1-2}, которое пропорционально $\vartheta_{\text{тр}}$, много больше слагаемых $\alpha_1 \cdot \vartheta_1^{\,2}/2g$ и $\alpha_2 \cdot \vartheta_2^{\,2}/2g$ и ими можно пренебречь.

- Абсолютное давление в первом сечении равно атмосферному, $p_1 = p_{\text{ат}}$;
- Абсолютное давление в сечении 2-2 равно атмосферному, $p_2 = p_{\text{ат}}$.

- Потери напора h_{1-2} складываются из потерь напора на трение по длине потока $h_{дл}$ и потерь на местные гидравлические сопротивления $\sum h_м$

$$h_{1-2} = h_{дл} + \sum h_м.$$

- Потери по длине равны

$$h_{дл} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\vartheta^2}{2g} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{Q^2}{s^2 \cdot 2g}.$$ (принимаем $\vartheta_{тр} = \vartheta$).

- Местные потери напора равны:

$\sum h_м = \sum \xi \cdot \vartheta^2/(2g) = \sum \xi \cdot Q^2/(s^2 \cdot 2g);$ где $\sum \xi = \xi_ф + 2\xi_{пов} + \xi_в + \xi_{вых}$.

$\xi_ф = 1{,}7$; $\xi_{пов} = 0{,}23$; $\xi_в = 0{,}15$; $\xi_{вых} = 1$ (Приложение 6).

$\sum \xi = 1{,}7 + 0{,}46 + 0{,}15 + 1 = 3{,}31$.

- Суммарные потери напора равны:

$$h_{1-2} = (\lambda \cdot l/d + \sum \xi) \cdot Q^2/(s^2 \cdot 2g).$$

3. Подставляем определенные выше величины в уравнение Бернулли и решаем его относительно диаметра.

В нашей задаче закон сохранения энергии имеет вид:

$$H = (\lambda \cdot \frac{l}{d} + \sum \xi) \cdot \frac{Q^2}{s^2 \cdot 2g}. \qquad (46)$$

Это расчетное уравнение для определения диаметра трубопровода.. Оно представляет собой закон сохранения энергии для данной задачи. Диаметр входит в правую часть уравнения непосредственно, а также в коэффициент трения λ через число Re ($Re = 4Q/(\pi \cdot d \cdot \nu)$)!

Не зная диаметр, невозможно определить режим движения жидкости и выбрать формулу для λ. Кроме этого, коэффициент трения зависит от диаметра сложным образом (см. формулы (37) и (38)). Если подставить эти выражения в формулу (46), то полученное уравнение не решается алгебраическими способами (является трансцендентным). Такие уравнения решаются графическим способом или численно с помощью ЭВМ (чаще всего методом деления отрезка пополам).

Графический способ решения

Решить любое уравнение - это значит найти то значение неизвестной величины, при котором левая часть уравнения равна правой.

Графический способ основан на построении графиков функций левой и правой частей уравнения (46) и нахождении точки их пересечения. При этом последовательно задаются рядом значений диаметра d, вычисляя при каждом значении d число Re, λ, $f(d)$, $F(d)$. В данном случае $F(d)$ обозначена левая часть уравнения (46).

Последовательность вычисления коэффициента трения λ на каждом шаге остается прежней, а именно:

Последовательность вычисления λ:

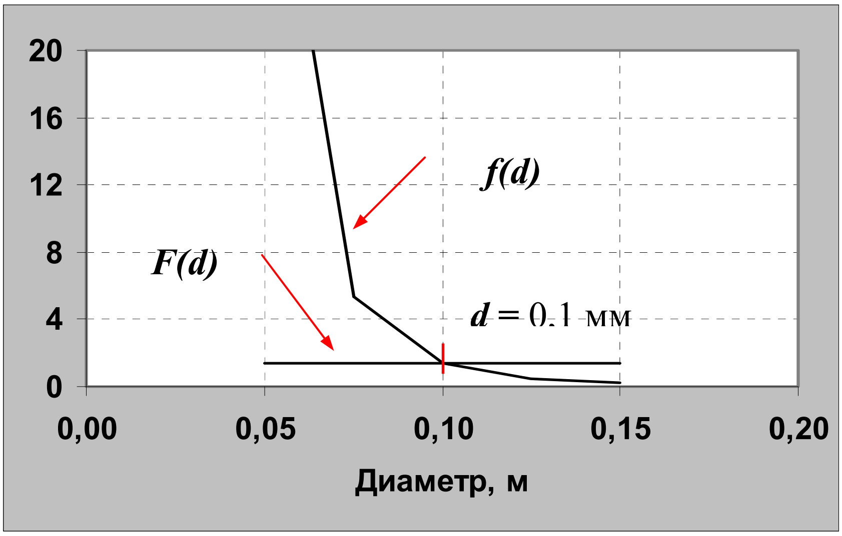
$$Re = \frac{\vartheta \cdot d \cdot \rho}{\eta} = \frac{Q \cdot 4 \cdot d \cdot \rho}{\pi \cdot d^2 \cdot \eta} = \frac{Q \cdot 4 \cdot}{\pi \cdot d \cdot \nu}$$

$\boldsymbol{Re} < 2300$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $\lambda = 64\,/\,\boldsymbol{Re}$

$\boldsymbol{Re} > 2300$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $\lambda = 0{,}11 \cdot (68/\boldsymbol{Re} + \Delta_э/d)^{0,25}$

Ниже представлена расчетная таблица и графики, выполненные на ЭВМ с помощью электронных таблиц (***Microsoft Excel).***

d	0,05	0,075	0,10	0,13	0,15
Re	4,63E+04	3,09E+04	2,32E+04	1,85E+04	1,54E+04
λ	2,50E-02	2,57E-02	2,68E-02	2,79E-02	2,90E-02
f(d)	37,4644	5,35238	1,38307	0,49048	0,21179
F(d)	1,38	1,38	1,38	1,38	1,38



Кавитационный расчет сифона

Явление кипения жидкости при давлениях меньших атмосферного и равных давлению насыщенного пара, при нормальных температурах (10°, 20°,30°,.....), сопровождающееся схлопыванием пузырьков пара в областях повышенного давления, называется ***кавитацией***.

Давление насыщенного пара зависит от рода жидкости и температуры (Приложение 8).

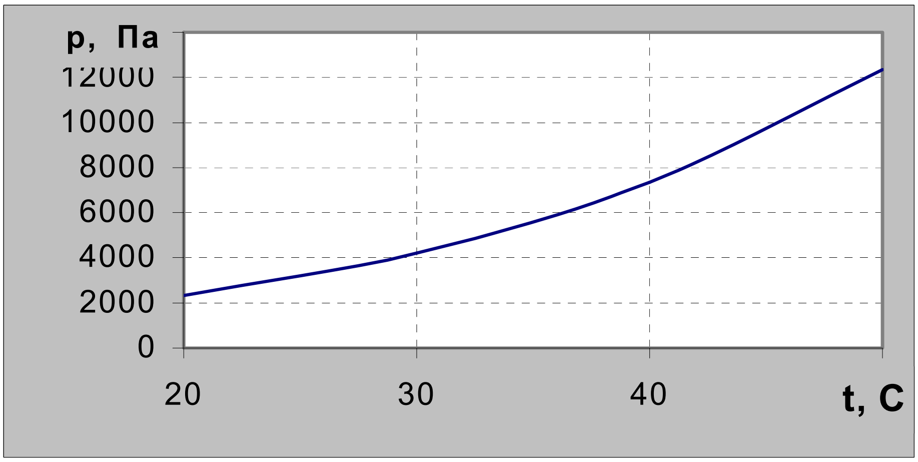


Рис. 21. Зависимость давления насыщенного пара воды от температуры

На Рис.21 показана зависимость насыщенного пара воды от температуры. Примерно такой же вид имеет такая зависимость для других жидкостей. Для того, чтобы вода закипела при 20°С, необходимо создать очень низкое давление – 2300Па.

Кавитация - вредное явление. Рассмотрим следствия кавитации на примере работы сифона.

Пузырьки пара, выделяющиеся при кавитации, разрывают межмолекулярные связи, поток жидкости при этом теряет сплошность, столб жидкости на восходящей линии сифона и процесс всасывания прекращается. Кроме того, пузырьки пара, продвигаясь вместе с жидкостью дальше на нисходящую линию сифона, где давление больше давления насыщенного пара, лопаются.

При схлопывании пузырька на твердой поверхности трубы жидкость, устремившаяся в освободившееся пространство, останавливается. При этом ее кинетическая энергия превращается в потенциальную и происходят местные гидравлические удары. Это явление сопровождается существенным ростом давления и температуры и приводит к разрушению материала поверхности.

Поскольку давление насыщенного пара при обычных температурах меньше атмосферного, сечения, где давление меньше атмосферного, считаются опасными с точки зрения возникновения кавитации.

В инженерной практике существует правило:

НЕ ДОПУСКАТЬ КАВИТАЦИИ!

Для этого необходимо, чтобы в сечениях потока, где давление меньше атмосферного, было выдержано условие: **давление в жидкости больше давления насыщенного пара.**

$$\boldsymbol{p > p_{н.п.}} \qquad (47)$$

Это условие отсутствия кавитации.

Проверяем условие нормальной работы сифона

Для этого необходимо определить давление в опасном сечении ***3-3*** и сравнить его с заданным по условию давлением насыщенного пара жидкости.

1. Определяем давление в сечении 3-3 из уравнения Бернулли, составленного для сечений 1-1 и 3-3.

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_1 \vartheta_1^{\,2}}{2g} = z_3 + \frac{p_3}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_3 \vartheta_3^{\,2}}{2g} + h_{1-3},$$

где:

- p_1 и p_3 – абсолютные давления в центрах тяжести сечений;
- ϑ_1 и ϑ_3 – средние скорости в сечениях;

- z_1 и z_3 – высоты центров тяжести сечений относительно плоскости отсчета ***0-0;***
- h_{1-3} –потери напора при движении жидкости от первого до второго сечения.

2. Определяем слагаемые уравнения Бернулли в данной задаче.
   - Высоты центров тяжести сечений: $z_1 = 0$; $z_2 = h_0$;
   - Средние скорости в сечениях: $\vartheta_3 = Q/s = 4\cdot Q/\pi/d^2$;

   $\vartheta_1 = Q/s_1$. Так как $s_1 >> s_3$, то $\vartheta_1 << \vartheta_3$ и можно принять $\vartheta_1 = 0$.
   - Коэффициенты Кориолиса α_1 и α_2 зависят от режима движения жидкости. При ламинарном режиме α=2, а при турбулентном α=1.
   - Абсолютное давление в первом сечении $p_1 = p_{am}$,
   - Абсолютное давление в сечении 3-3 неизвестно и подлежит определению..
   - Потери напора h_{1-3} складываются из потерь напора на трение по длине потока $h_{дл}$ и потерь на местные гидравлические сопротивления $\sum h_м$:

   $$h_{1-3} = h_{дл} + \sum h_м.$$
   - Потери по длине равны:

   $$h_{дл} = \lambda \cdot \frac{l_0}{d} \cdot \frac{\vartheta^2}{2g} = \lambda \cdot \frac{(l-(H+h_0+b))}{d} \cdot \frac{Q^2}{s^2 \cdot 2g},$$

где l_0 – длина трубопровода от начала до сечения ***3-3***. l_0 = 50-(1,38+3+2) = 43,62;

   - местные потери напора равны:

   $\sum h_м = \sum \xi_0 \cdot \vartheta^2/(2g) = \sum \xi_0 \cdot Q^2/(\omega^2 \cdot 2g);$ где $\sum \xi_0 = \xi_ф + \xi_{пов}$.

   $\xi_ф$=1,7; $\xi_{пов}$ = 0,23; (Приложение 6).

   $\sum \xi_0$ = 1,7 + 0,23 =1,93.
   - Суммарные потери напора равны:

   $$h_{1-2} = (\lambda \cdot l_0/d + \sum \xi_0) \cdot Q^2/(s^2 \cdot 2g).$$

   Итак, подставляем определенные выше величины в уравнение Бернулли. В нашей задаче закон сохранения энергии имеет вид:

   $$\frac{p_{ат}}{\rho \cdot g} + 0 = h_0 + \frac{p_3}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha \cdot Q^2}{s^2 \cdot 2g} + (\lambda \cdot \frac{l_0}{d} + \sum \xi_0) \cdot \frac{Q^2}{s^2 \cdot 2g}.$$

   Убираем нули, приводим подобные члены и выражаем давление p_3. В результате получим:

   $$\frac{p_3}{\rho \cdot g} = \frac{p_{ат}}{\rho \cdot g} - h_0 - \frac{Q^2}{s^2 \cdot 2g} \cdot (\lambda \cdot \frac{l_0}{d} + \sum \xi + \alpha). \qquad (48)$$

Из уравнения (48) определяем давление p_3. Значение коэффициента трения определено ранее и равно 0,0268 (см. таблицы), α = 1 (режим турбулентный), $\omega = \pi \cdot d^2/4 = 3{,}14 \cdot 0{,}1^2/4 = 7{,}85 \cdot 10^{-3}$ м^2.

$$p_3 = 840 \cdot 9{,}8 \cdot \left(\frac{10^5}{840 \cdot 9{,}8} - 3 - \frac{0{,}01^2}{(7{,}85 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 2 \cdot 9{,}8} \cdot \left(0{,}0268\frac{43{,}62}{0{,}1} + 2{,}93\right)\right) = 65300 \text{ Па}$$

Давление насыщенного пара равно 2 кПа. Так как 65,3 >> 2, то сифон будет работать.

5.7. РАСЧЕТ ГАЗОПРОВОДОВ

При решении задач на расчет газопроводов нужно учитывать, что плотность совершенного[10] газа зависит от давления и температуры: $\rho = p / RT$

Это уравнение состояния газа (уравнение Клайперона). Здесь R – газовая постоянная, равная для воздуха 287дж/кг·°К.

В разных сечениях трубопроводной системы давление может отличаться на десятки атмосфер. Это приводит к существенному различию плотностей в сечениях газового потока и, как следствие, к различию объёмных расходов.

При движении газа в сечениях потока **сохраняется массовый расход**!

$$Q_m = \rho_1 \cdot \vartheta_1 \cdot \omega_1 = \rho_2 \cdot \vartheta_2 \cdot \omega_2 = \ldots\ldots = \rho_i \cdot \vartheta_i \cdot \omega_i = \text{const} \qquad (49)$$

Как известно, **капельная жидкость** в сечении обладает **потенциальной и кинетической энергией.**

Газы обладают **потенциальной, кинетической и внутренней энергией**.

Внутренняя энергия газа зависит от температуры и вида процесса, по которому измененяется его состояние.

Если при движении газа по трубам вследствие теплообмена с окружающей средой температура по длине не изменяется, то имеет место **изотермический процесс (T=**const). При этом внутренняя энергия в сечениях трубопровода остается постоянной. Уравнение Бернулли при изотермическом течении газа имеет такой же вид, как и для несжимаемой жидкости, за исключением того, что в сечениях потока разная плотность:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho_1 \cdot g} + \frac{\alpha_1 \vartheta_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho_2 \cdot g} + \frac{\alpha_2 \vartheta_2^2}{2g} + h_{1-2} \quad . \qquad (50)$$

---

[10] Газ называется ***совершенным,*** если его давление, плотность и абсолютная температура удовлетворяют уравнению Клапейрона и удельную внутреннюю энергию газа можно определить в виде: $U = c_v \cdot T$

Основные задачи при расчете газопроводов

1. Определить расход газа, если известны давления в начале и конце газопровода.

2. Определить давление в сечении газопровода, если известен расход газа и давление в каком –нибудь другом сечении.

3. Определить диаметр газопровода, если известны давления в начале и конце газопровода и расход.

Для решения этих задач получим зависимость между массовым расходом газа и давлениями в сечениях 1-1 и 2-2 (Рис. 22).

5.7.1. ВЫВОД РАСЧЕТНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ДЛЯ ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ

При движении газа в трубопроводе постоянного диаметра одновременно изменяются давление, плотность и скорость движения. Так, давление уменьшается из-за необходимости совершать работу по преодолению силы трения, плотность также уменьшается (при изотермическом течении она пропорциональна давлению). Средняя скорость движения газа увеличивается по ходу его движения, так как массовый расход остается постоянным, а плотность падает. Таким образом, использовать в явном виде уравнение Бернулли (50) для расчета нельзя.

Применим уравнение (50) к элементу газопровода длиной ***dl***, на котором можно считать постоянными скорость и плотность газа.

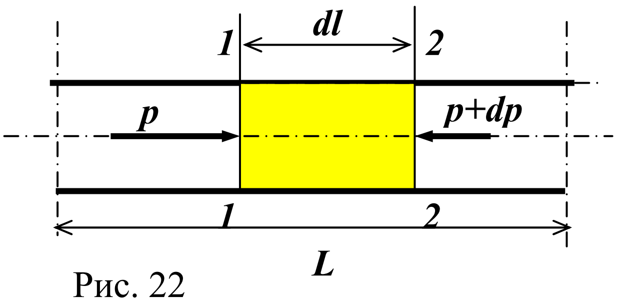


Рис. 22

Схема к выводу расчетных зависимостей при движении газа

Уравнение Бернулли для выделенного элемента:

$$p/\rho g = (p+dp)/\rho g + dh_{дл} \qquad (51)$$

$$-dp = \rho \cdot g \cdot dh_{дл} = \rho \cdot \lambda \cdot \frac{dl}{d} \cdot \frac{\vartheta^2}{2}$$

Потери на трение определяются по тем же формулам, что и для несжимаемой жидкости. Коэффициент трения $\lambda = f(Re, \Delta_э/d)$.

Докажем, что при изотермическом течении, когда постоянна вязкость, по длине трубы число Re не изменяется.

$$Re = \frac{\vartheta \cdot d \cdot \rho}{\eta} = \frac{4 \cdot Q \cdot \rho}{\pi \cdot d \cdot \eta} = \frac{4 \cdot Q_m}{\pi \cdot d \cdot \eta} = \text{const}$$

Следовательно, коэффициент трения также постоянен по длине трубопровода.

Выразим в уравнении (51) скорость и плотность через параметры в начальном сечении и массовый расход.

$$\rho \cdot \vartheta^2 = \rho \cdot Q_m^2 / \rho^s s^2 = Q_m^2 / s^2 = Q_m^2 \cdot p_1 / \rho_1 \cdot p \cdot s^2.$$

Здесь учтено, что по уравнению состояния $p/\rho = p_1/\rho_1 = RT$=const.

$$-dp = \rho \cdot \lambda \cdot \frac{dl}{d} \cdot \frac{\vartheta^2}{2} = \lambda \cdot \frac{dl}{d} \cdot \frac{Q_m{}^2 \cdot p_1}{2 \cdot \rho_1 \cdot p \cdot s^2}$$

Разделяем переменные, учитываем, что $s = \pi \cdot d^2/4$, интегрируем и получаем следующие расчетные формулы:

Определение давления при известном расходе

$$p_1{}^2 - p_2{}^2 = \lambda \cdot \frac{L}{d^5} \cdot \frac{Q_m{}^2 \cdot p_1 \cdot 16}{\rho_1 \cdot \pi^2}; \qquad (52)$$

Определение массового расхода при известных давлениях p_1 и p_2

$$Q_m = \sqrt{\frac{(p_1{}^2 - p_2{}^2) \cdot \rho_1 \cdot \pi^2 \cdot d^5}{L \cdot \lambda \cdot p_1 \cdot 16}}; \qquad (53)$$

Коэффициент трения определяется по тем же формулам, что и для ньютоновской жидкости:

$\lambda = 64/Re$ - ламинарный режим

$\lambda = 0{,}11(68/Re + \Delta_э/d)^{0,25}$ - турбулентный режим

Так как коэффициент трения λ зависит от числа Re и, следовательно, от расхода, при определении массового расхода по формуле (53) сначала нужно задаться величиной λ (например, λ=0,02), определить расход в первом приближении, и затем уточнить значение λ и Q_m. Как это делается, проиллюстрировано на примере расчета.

5.7.2. ПРИМЕР РАСЧЕТА

Воздух при t=2°С движется по трубопроводу диаметром d=0,1м и длиной 15км. Давление в начале трубопровода 4,41Мпа, а в конце 0,29 Мпа. Определить массовый расход. Трубопровод изготовлен из новых стальных сварных труб.

Решение задачи.

Используем формулу (53).

Здесь неизвестны плотность газа в начале трубопровода ρ_1 и коэффициент трения.

- Определяем плотность газа в начале трубопровода.

$\rho_1 = p_1/RT$ =4,41·10^6/287/275=56,6кг/м^3.

Здесь R=287 – газовая постоянная для воздуха, T=273+2=275 –абсолютная температура.

- Предполагаем турбулентный режим движения, задаемся величиной λ =0,02 и вычисляем в первом приближении массовый расход:

$$Q_m = \sqrt{\frac{(4{,}41^2 - 0{,}29^2)10^{12} \cdot 56{,}6 \cdot \pi^2 \cdot 0{,}1^5}{15000 \cdot 0{,}02 \cdot 4{,}41 \cdot 10^6 \cdot 16}} = 1{,}04 кг/с;$$

- Определяем число Re и режим движения газа.

$$Re = \frac{\vartheta \cdot d \cdot \rho}{\eta} = \frac{4 \cdot Q \cdot \rho}{\pi \cdot d \cdot \eta} = \frac{4 \cdot Q_m}{\pi \cdot d \cdot \eta} = \frac{4 \cdot 1{,}04}{\pi \cdot 0{,}1 \cdot 17{,}6 \cdot 10^{-6}} = 7{,}5 \cdot 10^5;$$

Коэффициент динамической вязкости определяем с помощью Приложения 3.

При p=98кПа и t=2°С - ν=13,9·10^{-6}м^2/с, плотность ρ=1,27кг/м^3, следовательно:

$$\eta = \nu \cdot \rho = 13{,}9 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}27 = 17{,}6 \cdot 10^{-6}\ Па \cdot с.$$

- Уточняем значение коэффициента трения. При турбулентном режиме:

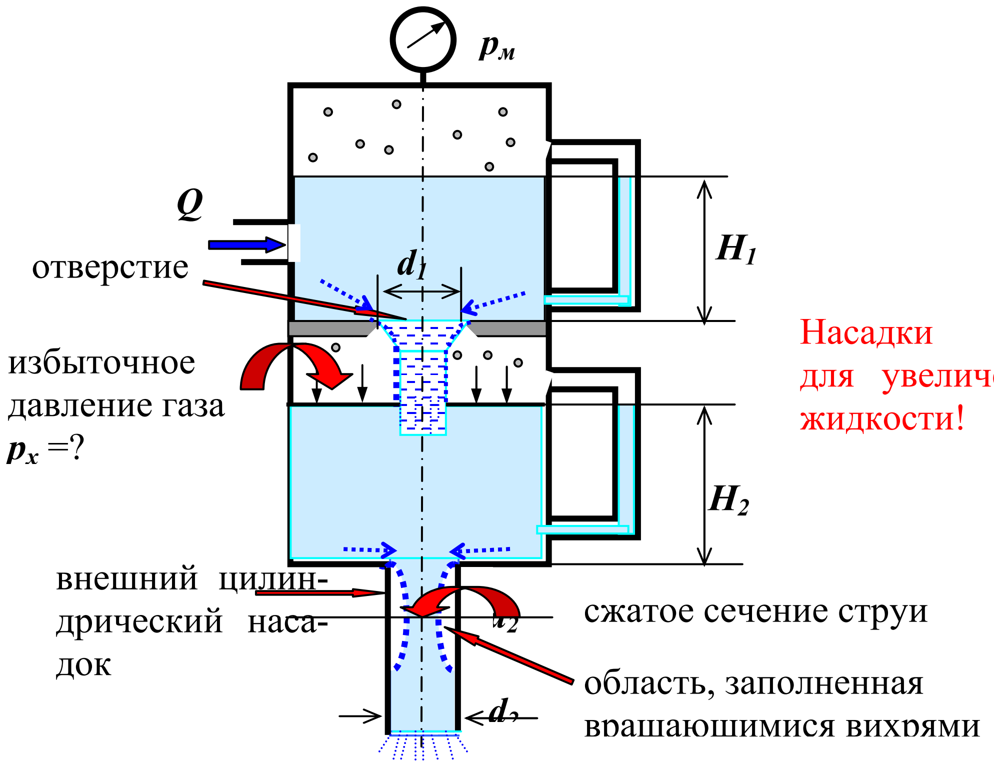
$\lambda=0,11(68/Re+\Delta_э/d)^{0,25} = 0,11(68/7,5\cdot10^5 +0,1\cdot10^{-3}/0,1)^{0,25} = 0.0199=0,02.$

Для новых стальных сварных труб $\Delta_э$ =0,1мм.

Таким образом, значение коэффициента трения практически не изменилось и массовый расход газа определен правильно.

5.8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ И РАСХОДА ПРИ ИСТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ОТВЕРСТИЯ И НАСАДКИ

На практике жидкость может вытекать из ёмкостей через отверстия и насадки различных типов.



Насадки применяются для увеличения расхода жидкости!

Рис.23

Схема истечения через отверстие и насадок

Боковые частицы (пунктирные стрелки) по инерции движутся горизонтально и сжимают ядро струи. На некотором расстоянии от входа в отверстие (насадок) получается сжатое сечение.

$s_c / s = \varepsilon$ - коэффициент сжатия. $\varepsilon = 0,64$ при $Re > 10^4$.

В сжатом сечение струи в насадке давление меньше, чем атмосферное p_{am}. Жидкость движется в сторону большего давления. Частицы жидкости с малой скоростью (у стенки) поворачивают обратно. Образуются вихри.

При уменьшении давления в сжатом сечении увеличивается скорость движения, следовательно, и расход. Если бы не было насадка (отверстие), давление в струе равно атмосферному, скорость меньше и расход меньше.

Основы теории процесса истечения

При решении задач на истечение жидкости применяются следующие законы:

- закон сохранения расхода: $Q = const$ в любом сечении потока.

Для схемы Рис.23 расход через отверстие равен расходу через насадок и равен тому расходу, который поступает в бак.

- закон сохранения энергии: разность потенциальных энергий на входе и выходе из отверстия (насадка) превращается с некоторыми потерями в кинетическую энергию вытекающей струи жидкости.

Потенциальная энергия жидкости равна $m \cdot g \cdot z + m \cdot p/\rho$. Поскольку высота отверстия (насадка) незначительна, $z \approx const$ и разность потенциальных энергий на входе и выходе из отверстия (насадка) равна:

$$\Delta E_{nom} = m \cdot p_{вх}/\rho - m \cdot p_{вых}/\rho = m \cdot (p_{вх} - p_{вых})/\rho$$

Кинетическая энергия струи равна $m\vartheta^2/2$.

Закон сохранения энергии:

$$\varphi \cdot m \cdot (p_{вх} - p_{вых})/\rho = m\vartheta^2/2.$$

Здесь $\varphi < 1$ – «к.п.д.» процесса, он учитывает, что не вся потенциальная энергия превращается в кинетическую, часть её расходуется на преодоление гидравлических сопротивлений и переходит в тепло.

$$\vartheta = \varphi \cdot \sqrt{\frac{2(p_{вх} - p_{вых})}{\rho}} \qquad (54)$$

Формула (54) определяет скорость в сжатом сечении струи для отверстия и выходную скорость для насадка.

При истечении через отверстие имеют место потери на входе, а при истечении через насадок – те же потери на входе плюс потери на вихреобразование внутри насадка.

$\varphi_{нас.} < \varphi_{отв}$! $\varphi_{нас.} = 0{,}82$; $\varphi_{отв} = 0{,}97$ – практически при $Re > 10^5$, когда наступает автомодельность (независимость от числа ***Re*).**

При определении расхода нужно умножить скорость на площадь сечения.

$$Q_{отв} = \vartheta \cdot \omega_c = \vartheta \cdot \varepsilon \cdot \omega = \varphi \cdot \varepsilon \cdot \omega \cdot \sqrt{\frac{2(p_{вх} - p_{вых})}{\rho}} = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{\frac{2(p_{вх} - p_{вых})}{\rho}};$$

Здесь $\mu = \varphi \cdot \varepsilon$ - коэффициент расхода. Для отверстия [11] $\mu_{отв} = 0{,}97 \cdot 0{,}64 = 0{,}6$.
Для насадка в выходном сечении нет сжатия (Рис.23), $\varepsilon = 1$ и $\mu_{нас} = \varphi_{нас} = 0{,}82$.

$$Q = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{\frac{2(p_{вх} - p_{вых})}{\rho}} \qquad (55)$$

Итак:

Расход при истечении через отверстие и насадок определяется по одной и той же формуле (55). Разница – в значении коэффициента расхода. Коэффициент расхода насадка больше коэффициента расхода отверстия.

ВНИМАНИЕ!

В задачах вычисляется число ***Re***. Если $Re > 10^5$, принимается $\mu_{отв} = 0{,}6$; $\mu_{нас} = 0{,}82$, $\varphi_{отв} = 0{,}97$, $\varphi_{нас} = 0{,}82$. В противном случае коэффициенты уточняются по графику (Приложение 9).

Пример расчета

Вода из верхней секции замкнутого бака (Рис.23) перетекает в нижнюю через отверстие диаметром $d_1 = 30$мм, а затем через цилиндрический насадок диаметром $d_2 = 20$мм вытекает в атмосферу. Температура воды 20°С.

Определить выходную скорость и расход жидкости через насадок, если показание манометра $p_м = 50$кПа, а уровни в водомерных стёклах $H_1 = 2$м и $H_2 = 3$м.

Чему при этом будет равно избыточное давление p_x над уровнем воды в нижней секции бака?

Решение

1. Определяем расход через отверстие по формуле (55). Поскольку в формулу входит разность давлений, можно подставлять избыточные давления.

---

[11] Речь везде идет о «***малом***» отверстии, размер которого мал по сравнению с напором $(p_{вх} - p_{вых})/\rho g$

$$Q_{отв} = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{\frac{2(p_{вх} - p_{вых})}{\rho}} = \mu_{отв} \cdot \frac{3{,}14 \cdot d_1^{\,2}}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (p_м + \rho \cdot g \cdot H_1 - p_x}{\rho}}.$$

2. Определяем расход через насадок по формуле (55).

$$Q_{нас} = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{\frac{2(p_{вх} - p_{вых})}{\rho}} = \mu_{нас} \cdot \frac{3{,}14 \cdot d_2^{\,2}}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (p_x + \rho \cdot g \cdot H_2 - 0}{\rho}}.$$

3. Приравниваем эти расходы и определяем из полученного уравнения избыточное давление p_x в общем виде.

$$p_x = \frac{\mu_{отв}^{\;2} \cdot d_1^{\,4} \cdot (p_м + \rho \cdot g \cdot H_1) - \mu_{нас}^{\;2} \cdot d_2^{\,4} \cdot \rho \cdot g \cdot H_2}{\mu_{отв}^{\;2} \cdot d_1^{\,4} + \mu_{нас}^{\;2} \cdot d_2^{\,4}}.$$

4. Подставляем исходные данные и вычисляем давление p_x.

$$p_x = \frac{0{,}6^2 \cdot 0{,}03^4 \cdot (50000 + 1000 \cdot 9{,}8 \cdot 2) - 0{,}82^2 \cdot 0{,}02^4 \cdot 1000 \cdot 9{,}8 \cdot 3}{0{,}6^2 \cdot 0{,}03^4 + 0{,}82^2 \cdot 0{,}02^4} = 42960\,Па.$$

5. Вычисляем расход через насадок.

$$Q_{нас} = 0{,}82 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}02^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (42960 + 1000 \cdot 9{,}8 \cdot 3)}{1000}} = 3{,}1 \cdot 10^{-3}\ \frac{м^3}{с}.$$

6. Вычисляем число Re .

$Re_{нас} = 4 \cdot Q/(\pi \cdot d \cdot \nu) = 4 \cdot 3{,}1 \cdot 10^{-3}/3{,}14/0{,}03/1 \cdot 10^{-6} = 1{,}32 \cdot 10^5$. $Re_{нас} < Re_{отв}$.

Так как $Re > 10^5$, значения коэффициентов расхода выбраны верно.

Здесь $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ м^2/с – кинематический коэффициент вязкости воды (Приложение 1).

РАЗДЕЛ 6

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ГИДРОДИНАМИКЕ

Контрольное задание включает три задачи. Номер контрольного задания выдается преподавателем и состоит из двух цифр. Выбор варианта производится по последней цифре номера, а численных данных – по предпоследней цифре номера контрольного задания.

Таблица вариантов

Последняя цифра шифра	Номера задач
0	10, 20, 30
1	1, 11, 21
2	2, 12, 22
3	3, 13, 23
4	4, 16, 24
5	5. 17. 25
6	6, 14, 26
7	7, 15, 27
8	8, 18, 28
9	9, 19, 29

В условиях задач могут быть не указаны физические свойства жидкости, шероховатость поверхности трубопровода или некоторые другие параметры, которые выбираются из таблиц в Приложениях.

Методика решения всех задач, по существу, сводится к следующему.

- Записать уравнение или систему уравнений, выражающих законы сохранения массы и энергии.
- Записать уравнение, выражающее условие равномерного движения твердого тела, находящегося в жидкости под силовым воздействием.
- Решить полученную систему уравнений относительно неизвестной величины.

Внимательно читайте условие задачи. Иногда в одной таблице приведены исходные данные для нескольких задач. В одной задаче нужно определить давление при приведенном расходе. В другой - расход при известном давлении (в этом случае расход в таблице считается неизвестным).

Все задачи решаются до конца в общем виде. Далее подставляются исходные данные в системе СИ и производятся вычисления с точностью до трех значащих цифр. Результат записывается в виде степени числа 10.

Например, вычисляется расход, и на калькуляторе получено число: 0,00678954. Результат нужно записать в виде: $\boldsymbol{Q} = 6{,}79 \cdot 10^{-3}$ м^3/с.

ВНИМАНИЕ!

Перед выполнением контрольного задания изучите методику решения задач гидродинамики на базовых примерах.

Задача 1

Насос подает жидкость из подземной ёмкости с избыточным давлением газа на поверхности жидкости. На всасывающей линии (длина $\boldsymbol{l}$, диаметр $\boldsymbol{d}$, трубы сварные, бывшие в эксплуатации) имеются местные сопротивления: приёмная коробка с клапаном и сеткой, колено и кран с коэффициентом сопротивления $\xi_{кр.}$ Показание вакуумметра на входе в насос равно $\boldsymbol{p_v}$, расход жидкости $\boldsymbol{Q}$, температура $\boldsymbol{t}$ ℃.

Определить рабочую высоту всасывания насоса $\boldsymbol{h_{вс}}$ и предельную высоту из условия отсутствия кавитации на входе в насос. Объяснить также, почему при кавитации насос не всасывает жидкость и рабочее колесо насоса выходит из строя.

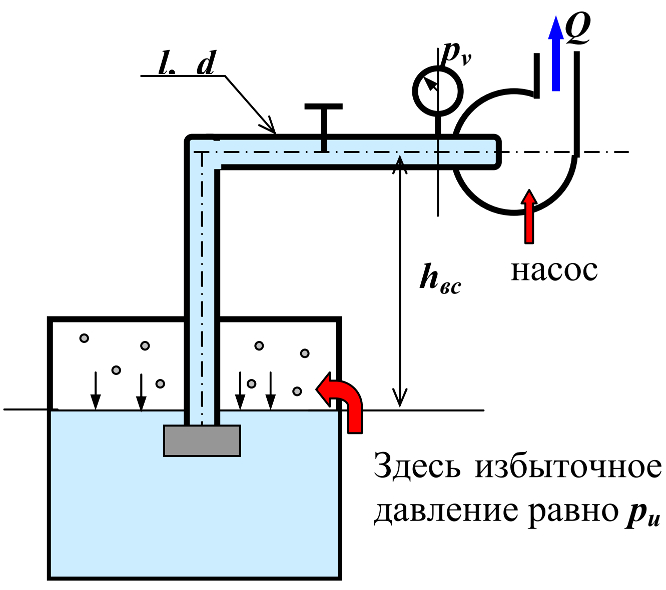


Рисунок к задачам 1, 2, 3, 4, 5

Указания

1. Определите $h_{вс}$ из уравнения Бернулли для сечений ***1-1*** и ***2-2***.
2. Отрицательное избыточное давление в таблице данных – это вакуумметрическое давление.
3. При определении максимальной высоты всасывания примите давление в сечении ***2-2*** равным давлению насыщенного пара $p_{н.п.}$ (Приложение 8).
4. При ответе на вопрос по кавитации используйте материал раздела 4.6.3. и найдите аналогию между работой сифона и насоса.

Таблица исходных данных

Вари-ант	l, м	d, м	p_v, кПа	$\xi_{кр.}$	$p_и$, кПа	Q, л/с	t, °C	Жидкость
0	8	0,1	50	7	10	20	20	вода
1	9	0,05	20	8	-20	5	30	бензин
2	12	0,06	40	5	20	8	35	вода
3	14	0,08	20	1,5	30	10	25	масло инд. 20
4	18	0,05	30	2	-40	4	15	керосин
5	12	0,1	10	3	15	15	10	бензин
6	15	0,15	35	6	-25	18	15	вода
7	20	0,2	55	4	10	25	25	масло инд. 50
8	25	0,12	80	2,6	35	15	20	диз. топливо
9	10	0,04	25	3,5	20	3	30	масло турбинное

Задача 2

Решите задачу 1 при условии, что высота подъёма жидкости $h_{вс}$ задана, а расход Q нужно определить.

Указания

Определите расход Q графическим способом (раздел 4.6.2.).

Вар-нт	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$h_{вс}$, м	3	4	3,5	2,8	5	4,6	3,6	5,3	4,1	2,5

Задача 3

Решите задачу 1 при условии, что высота подъёма жидкости $h_{вс}$ задана, а диаметр трубы d нужно определить.

Указания

Определите диаметр трубы d графическим способом (раздел 4.6.2.).

Вар-нт	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$h_{вс}$, м	3	4	3,5	2,8	5	4,6	3,6	5,3	4,1	2,5

Задача 4

Решите задачу 1 при условии, что высота подъёма жидкости $h_{вс}$ задана, а нужно определить максимальный расход в трубопроводе из условия отсутствия кавитации.

Указания

При определении максимального расхода примите давление в сечении ***2-2*** равным давлению насыщенного пара $p_{н.п.}$ (Приложение 8). Далее определите из уравнения Бернулли расход графическим способом ((раздел 4.6.2.).

Вар-нт	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$h_{вс}$, м	3,2	5,1	3,2	4,2	4,6	3,9	4,7	5,1	3,7	4,8

Задача 5

Решите задачу 1 при условии, что высота подъёма жидкости $h_{вс}$ задана, а нужно определить минимальный диаметр трубопровода из условия отсутствия кавитации.

Указания

При определении минимального диаметра трубопровода примите давление в сечении ***2-2*** равным давлению насыщенного пара $p_{н.п.}$ (Приложение 8). Далее определите из уравнения Бернулли диаметр графическим способом (раздел 4.6.3.).

Вар-нт	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$h_{вс}$, м	3,2	5,1	3,2	4,2	4,6	3,9	4,7	5,1	3,7	4,8

Задача 6

Для поддержания пластового давления при добыче нефти в нагнетательную скважину глубиной H по насосно-компрессорным трубам (диаметр d, длина l, шероховатость $\Delta_э$) закачивается Q м^3 воды в сутки. Забойное избыточное давление равно $p_{заб}$. Температура воды t ℃.

Определить показание устьевого манометра $p_м$ и полезную мощность $N_п$, затрачиваемую при закачке.

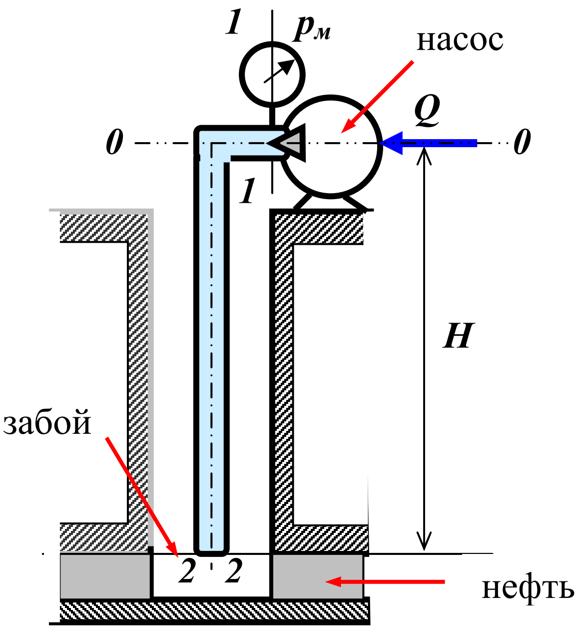


Рисунок к задачам 6, 7, 8

Указания

1. Примените уравнение Бернулли для сечений ***1-1*** и ***2-2*** относительно плоскости сравнения ***0-0***.
2. При расчете потерь учтите только потери по длине. Местными потерями пренебречь.
3. Полезная мощность определяется по формуле: $N_n = p_м \cdot Q$
4. Принять длину трубопровода равной ***H.***

Таблица исходных данных

Вари-ант	H, м	d, мм	$P_{заб}$, МПа	$\Delta_э$, мм.	Q, м^3/сутки	t ℃
0	2000	62	25	0,5	300	20
1	2500	76	30	0,4	250	30
2	1200	80	20	0,3	200	35
3	1400	90	22	0,5	300	25
4	1800	70	24	0,8	280	15
5	2600	86	32	0,4	150	10
6	2200	104	28	0,3	280	15
7	2050	60	30	0,7	190	25
8	2500	72	34	1,0	350	20

Задача 7

При условии задачи 6 и известном давлении на устье определить расход воды.

Указание

Задачу решить методом итераций, предполагая турбулентный режим движения (раздел 4.6.2.).

Вар-нт	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p_м$, МПа	6,2	5,9	10	11	8	9	8	11	12	14

Задача 8

При условии задачи 6 и известном давлении на устье определить диаметр трубопровода.

Указание

Задачу решить графическим способом ((раздел 4.6.3).

Вар-нт	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p_м$, МПа	6,2	5,9	10	11	8	9	8	11	12	14

Задача 9

По трубопроводу (длина $\boldsymbol{l}$, диаметр $\boldsymbol{d}$, трубы стальные, сварные, умеренно заржавленные, $\Sigma\xi = \Sigma\xi_0$) вода при $\boldsymbol{t}$℃ подается к пожарному брандспойту[12] с расходом $\boldsymbol{Q}$. Превышение обреза сопла над осью трубопровода равно $\boldsymbol{h}$.

Определить необходимый диаметр сопла $\boldsymbol{d_c}$ и избыточное давление в начальном сечении трубопровода $\boldsymbol{p_u}$, исходя из условия, что струя воды должна достигать высоты $\boldsymbol{H}$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

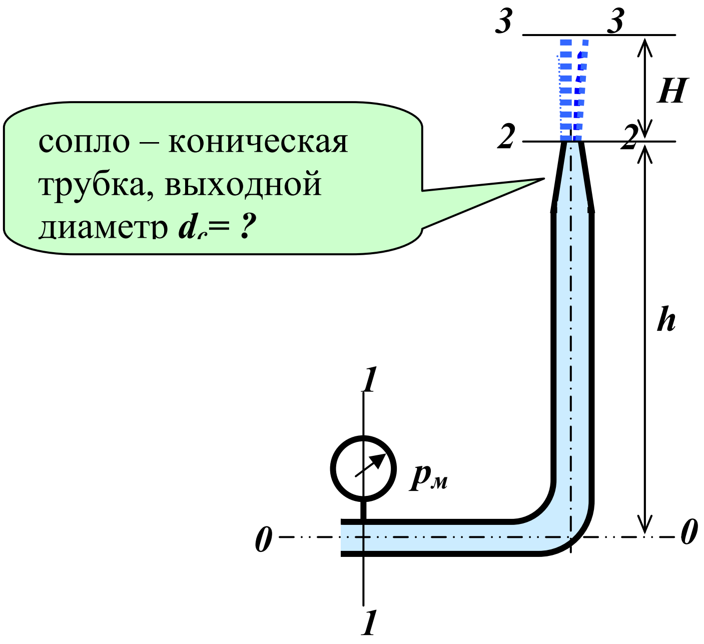


Рисунок к задачам 9, 10 и 11

Указания

1. Примените уравнение Бернулли для сечений ***2-2*** и ***3-3*** и определите из него скорость ϑ_c в сечении 2-2. (ϑ_3=0, $p_2 = p_3 = p_{am}$).

$\pi \cdot d_c^2/4 = Q/\vartheta_c$. – отсюда определите диаметр d_c выходного сечения сопла.

2. Показание манометра в начале трубопровода определяется из уравнения Бернулли, записанного для сечений ***1-1*** и ***2-2***.
3. Физические свойства воды определите из Приложения 1.

[12] ***Брандспойт*** (голл. Brandspuit) – металлический наконечник гибкого шланга; переносной ручной насос для мытья палуб, тушения пожаров и пр.

Таблица исходных данных

Вари-ант	***h***, м	***d***, мм	$\sum\xi_0$	***l, м.***	***Q,*** дм^3/с	***H,*** м	***t*** °C
0	2	60	25	300	30	15	20
1	2,5	70	30	250	20	20	30
2	3	80	20	200	24	14	35
3	4	90	22	320	35	12	25
4	1,8	70	24	350	28	18	15
5	2,6	90	32	280	15	25	10
6	2,2	100	18	240	28	28	15
7	2,6	65	20	340	19	14	25
8	2,5	75	24	180	35	22	20
9	3,2	95	10	220	26	16	30

Задача 10

1. При условии задачи 9 и известном давлении на входе в трубопровод определить расход воды.
2. Определить диаметр выходного сечения сопла.

Указания

1. Примените уравнение Бернулли для сечений ***2-2*** и ***3-3*** и определите из него скорость ϑ_c в сечении 2-2. (ϑ_3=0, $p_2 = p_3 = p_{am}$).
2. Расход определите графическим способом из уравнения Бернулли, записанного для сечений ***1-1*** и ***2-2*** (раздел 4.6.2.).

Вар-нт	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p_м$, кПа	550	600	700	500	650	800	900	850	750	580

Задача 11

1. При условии задачи 9 и известном избыточном давлении на входе $p_м$ определить диаметр трубопровода .
2. Определить диаметр выходного сечения сопла.

Указания

1. Примените уравнение Бернулли для сечений ***2-2*** и ***3-3*** и определите из него скорость ϑ_c в сечении 2-2. (ϑ_3=0, $p_2 = p_3 = p_{am}$).
2. Диаметр определите графическим способом из уравнения Бернулли, записанного для сечений ***1-1*** и ***2-2*** (раздел 4.6.2.).

Вар-нт	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$p_м$, кПа	550	600	700	500	650	800	900	850	750	580

Задача 12

Поршень диаметром ***D***, двигаясь равномерно, всасывает жидкость из открытого бака с атмосферным давлением p_{am} на поверхности жидкости. Высота всасывания равна z_0. Всасывающая труба - длина l, диаметр d, стальная, новая, сварная. Гидравлические сопротивления показаны на рисунке. Температура жидкости t℃. Атмосферное давление равно 100 кПа.

Определить максимально возможную скорость $\vartheta_п$ поршня и силу F, приложенную к нему, по условию кавитации в цилиндре.

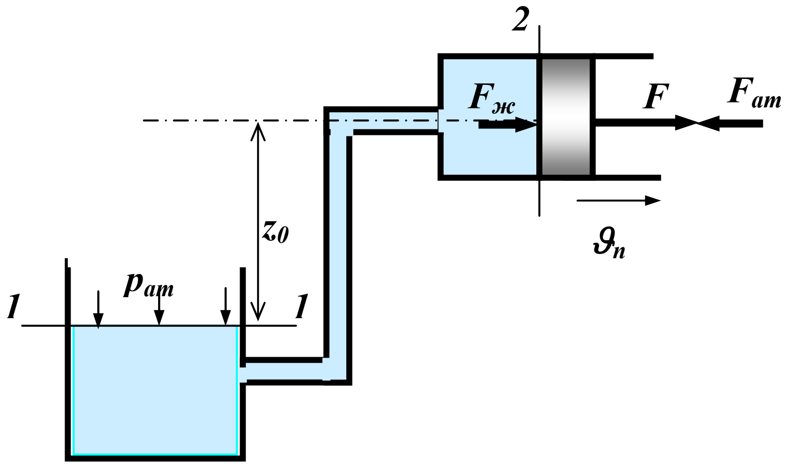


Рисунок к задачам 12, 13, 14 и 15

Указания

1. Примите давление в сечении **2-2** равным давлению насыщен-ного пара (Приложение 8).

2.Определите расход из уравне-ния Бернулли (раздел 4.6.2) и далее скорость в сечении **2-2**. $\vartheta_2 = \vartheta_п$.

3. Определите силу F из условия равномерного движения поршня (силы показаны на рисунке).

Таблица исходных данных

Вари-ант	z_0, м	D, мм	d, мм	l, м.	t℃	Жидкость
0	2	60	25	8	20	вода
1	2,5	70	30	9	30	бензин
2	3	80	20	7	35	керосин
3	4	90	22	10	25	вода
4	1,8	70	24	9	15	бензин
5	2,6	90	32	16	10	керосин
6	2,2	100	18	20	15	вода
7	2,6	65	20	13	25	бензин
8	2,5	75	24	10	20	керосин
9	3,2	95	20	8	30	вода

Задача 13

При условии задачи 12 и известном расходе жидкости определите минимальный диаметр трубопровода по условию кавитации.

Указания

Диаметр определите графическим способом из уравнения Бернулли, записанного для сечений ***1-1*** и ***2-2*** (раздел 4.6.3.). Давление в сечении ***2-2*** равно давлению насыщенного пара жидкости.

Вар-нт	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Q, л/с	1,1	1,2	1,5	0,5	1,8	0,7	0,6	1,0	1,1	0,8

Задача 14

При условии задачи 12 и известном расходе жидкости определите высоту z_0 по условию кавитации.

Указания

Высоту z_0 определите аналитическим способом из уравнения Бернулли, записанного для сечений ***1-1*** и ***2-2*** (раздел 4.6.1). Давление в сечении ***2-2*** равно давлению насыщенного пара жидкости.

Вар-нт	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Q, л/с	1,1	1,2	1,5	2	1,15	0,7	0,5	1,0	0,9	0,8

Задача 15

При условии задачи 12 и известной силе ***F*** определите высоту z_0 . Проверьте, имеет ли место явление кавитации в сечении ***2-2***. Расход задан в задаче 14.

Указания

1. Высоту z_0 определите аналитическим способом из уравнения Бернулли, записанного для сечений ***1-1*** и ***2-2*** ((раздел 4.6.1).
2. Сравните давление в сечении ***2-2*** с давлением насыщенного пара жидкости.

Вар-нт	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F, н	225	200	180	150	240	250	210	300	140	190

Задача 16

Поршень диаметром ***D***, двигаясь равномерно со скоростью ϑ_n, подает жидкость в закрытый бак с избыточным давлением $p_м$ на поверхности жидкости. Разность уровней жидкости в цилиндре и баке равна z_0.

Нагнетательная труба - длина ***l***, диаметр ***d***, стальная, новая, сварная. Гидравлические сопротивления показаны на рисунке. Температура жидкости ***t***℃.

Определить силу **F**, приложенную к поршню.

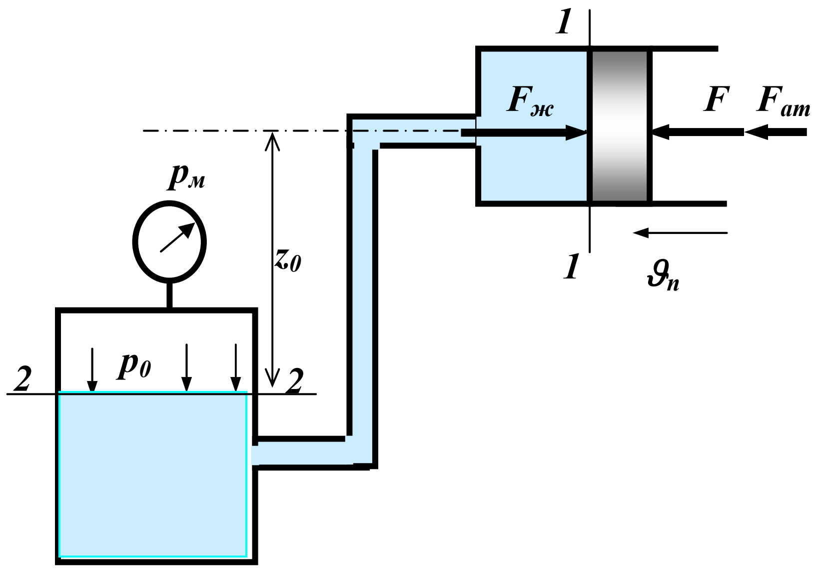


Рисунок к задачам 16, 17, 18 и 19

Указания

1. Определите давление в сечении ***1-1*** из уравнения Бернулли (см. Пример 1).

2. Определите силу ***F*** из условия равномерного движения поршня (силы показаны на рисунке).

Таблица исходных данных

Вари-ант	$p_м$, МПа	z_0, м	***D***, мм	***d***, мм	***l, м***	$\vartheta_п$, см/с	t °C	Жидкость
0	0,1	2	60	25	18	10	20	вода
1	0,2	2,5	70	30	19	20	30	бензин
2	0,3	3	80	20	17	13	35	керосин
3	0,25	4	90	22	10	14	25	вода
4	0,35	1,8	70	24	12	20	15	бензин
5	0,15	2,6	90	32	16	16	10	керосин
6	0,12	2,2	100	18	20	15	15	вода
7	0,08	2,6	65	20	18	12	25	бензин
8	0,27	2,5	75	24	25	22	20	керосин
9	0,23	3,2	95	20	30	18	30	вода

Задача 17

При условии задачи 16 и известной силе ***F*** определите высоту z_0 .

Указания

1. Давление в сечении 1-1 определяется из условия равномерного движения поршня.

2. Высоту z_0 определите аналитическим способом из уравнения Бернулли, записанного для сечений ***1-1*** и ***2-2*** (раздел 4.6.1.).

Вар-нт	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F, н	300	350	400	380	330	320	370	310	340	390

Задача 18

При условии задачи 16 и известной силе F определите расход жидкости.

Указания

1. Давление в сечении 1-1 определяется из условия равномерного движения поршня.
3. Расход определите графическим способом из уравнения Бернулли, записанного для сечений ***1-1*** и ***2-2*** (раздел 5.6.2.).

Вар-нт	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F, н	300	350	400	380	330	320	370	310	340	390

Задача 19

При условии задачи 16 и известной силе ***F*** определите диаметр трубопровода.

Указания

1. Давление в сечении 1-1 определяется из условия равномерного движения поршня.

2. Диаметр определите графическим способом из уравнения Бернулли, записанного для сечений ***1-1*** и ***2-2*** (раздел 5.6.3).

Вар-нт	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F, н	300	350	400	380	330	320	370	310	340	390

Задача 20

Гидравлический демпфер (гаситель колебаний) представляет цилиндр, в котором под действием внешней силы ***R*** перемещается поршень. Он прогоняет масло плотностью ρ из одной полости цилиндра в другую через обводную трубку и регулируемый дроссель[13]. Диаметр поршня D_1, штока D_2, обводной трубки ***d***. Коэффициент сопротивления дросселя $\xi_{др}$, скорость поршня ϑ_n.

1. Определить неизвестную величину.

2. Получить уравнение статической характеристики демпфера, представляющей зависимость скорости равномерного движения поршня ϑ_n от приложенной к нему нагрузки ***R***. Построить график этой зависимости.

Диапазон изменения силы ***R*** – от нуля до значения в данной задаче.

[13] ***Дросселирование*** (от нем. drosseln – душить), понижение давления при прохождении жидкости через сужение в трубе.

Примечание: в трубе учитывать только местные гидравлические сопротивления. Утечками и трением в цилиндре пренебречь.

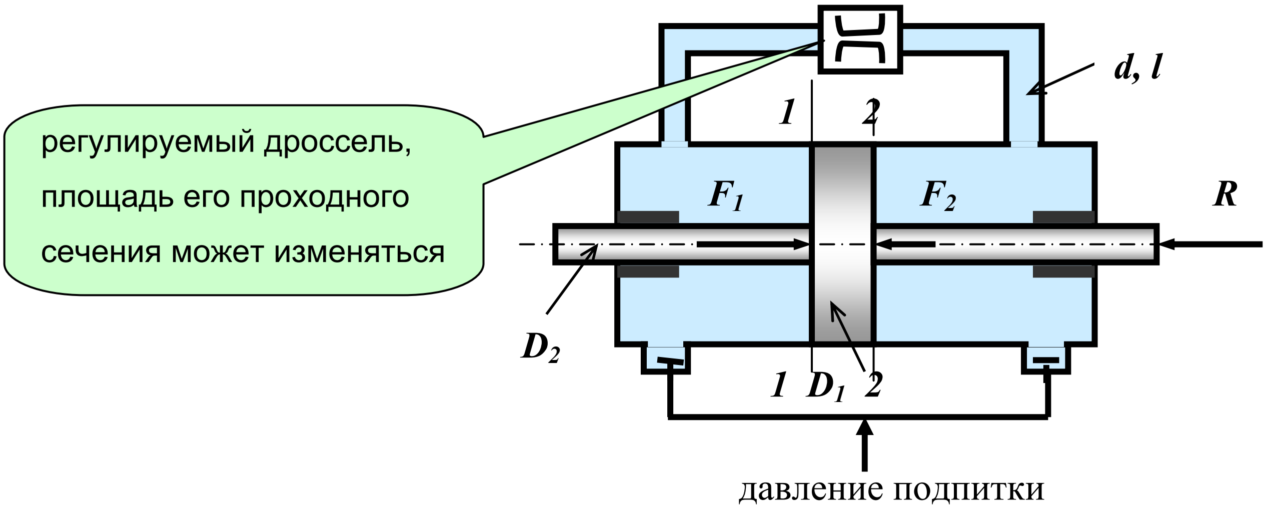


Рисунок к задаче 20, 21

Указания

1. Запишите уравнение Бернулли для сечений ***1-1*** и ***2-2*** и условие равномерного движения поршня (силы показаны на чертеже).

2. Определите из системы уравнений неизвестную величину и $Q = f(R)$. $\vartheta_n = Q/s$.

3. В уравнении Бернулли $p_1 - p_2 = (F_1 - F_2)/s = R/s$, где ***s*** -площадь действия давлений жидкости (кольцо).

Таблица исходных данных

Вариант	ρ, кг/м^3	d,мм	D_1, мм	D_2, мм	$\xi_{др.}$	ϑ_n, см/с	R, кн
0	900	5	60	25	18	30	?
1	850	6	70	30	19	?	80
2	920	?	80	20	17	45	70
3	870	8	90	22	?	25	60
4	830	9	70	24	12	20	?
5	910	10	90	32	16	36	?
6	860	6,5	100	18	20	?	50
7	940	5,6	65	20	18	?	65
8	910	7,2	75	24	?	40	90
9	880	?	95	20	30	38	75

Задача 21

Гидравлический демпфер (Рис.20) представляет цилиндр, в котором под действием внешней силы ***R*** перемещается поршень. Он прогоняет масло плотностью ρ из одной полости цилиндра в другую через обводную трубку и регулируемый дроссель. Диаметр поршня D_1, штока D_2, обводной трубки d, длина трубки l. Коэффициент сопротивления дросселя $\xi_{др}$, скорость поршня $\vartheta_п$.

1. Определить силу на штоке.

2. Получить уравнение статической характеристики демпфера, представляющей зависимость скорости равномерного движения поршня $\vartheta_п$ от приложенной к нему нагрузки R. Построить график этой зависимости. Диапазон изменения силы R – от нуля до значения в данной задаче.

Примечание: в трубе учитывать местные гидравлические сопротивления и потери на трение в обводной трубке. Утечками и трением в цилиндре пренебречь.

Указания

1. В уравнение Бернулли введите потери на трение по длине: $h_{дл} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\vartheta^2}{2g}$; здесь ϑ - скорость движения масла в трубопроводе.

2. В уравнении Бернулли

$p_1 - p_2 = (F_1 - F_2)/s = R/s$, где s -площадь действия давлений жидкости.

3. Для всех вариантов кинематический коэффициент вязкости масла $\nu = 1 \cdot 10^{-4}$ м^2/с.

Таблица исходных данных

Вариант	ρ, кг/м^3	d,мм	D_1, мм	D_2, мм	$\xi_{др.}$	$\vartheta_п$, см/с	l, м
0	900	5	60	25	18	30	3
1	850	6	70	30	19	20	4
2	920	7	80	20	17	45	2,5
3	870	8	90	22	18	25	5
4	830	9	70	24	12	20	3,8
5	910	10	90	32	16	36	3,5
6	860	6,5	100	18	20	25	4,5
7	940	5,6	65	20	18	32	4
8	910	7,2	75	24	10	40	4,2
9	880	8,2	95	20	30	38	2,8

Задача 22

Через отверстие диаметром d в поршне гидравлического демпфера масло плотностью ρ переливается из нижней полости в верхнюю полость гидроцилиндра под действием внешней нагрузки **R**. Диаметр гидроцилиндра ***D***, высота поршня ***l***, жесткость пружины ***c***, её поджатие ***x***.

Определить неизвестную величину.

здесь давление равно атмосферному

обратный клапан, через него жидкость переливается обратно в нижнюю полость

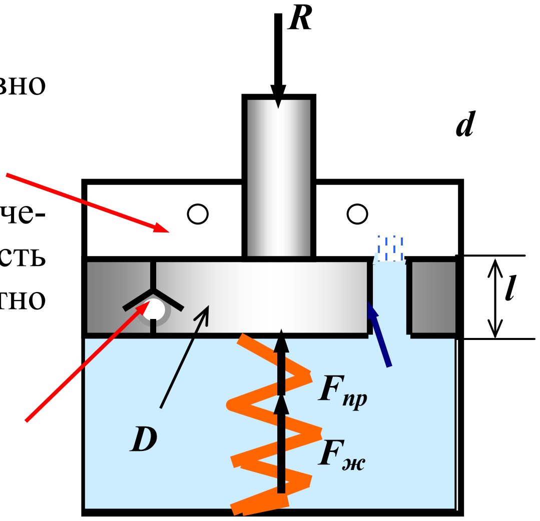


Рисунок к задачам 22 и 23

Указания

1. Запишите систему уравнений:

$$Q = \mu \cdot s \cdot \sqrt{\frac{2(p_{вх} - p_{вых})}{\rho}}$$ - расход через отверстие (раздел 4.8).

$p_{вх} - p_{вых} = F_{ж}/s$; $F_{ж} + F_{пр} - R = 0$ - условие равновесия поршня, где s -площадь поршня, $F_{ж}$ – сила избыточного давления жидкости, $F_{пр} = c \cdot x$ – сила поджатия пружины.

2. При определении коэффициента расхода μ найдите отношение l/d и сделайте выводы.

Таблица исходных данных

Вариант	ρ, кг/м^3	d,мм	D, мм	l, мм	c, н/мм	Q, л/с	x, мм	R, кн
0	900	15	100	25	500	1,5	5	?
1	850	6	120	30	550	?	6	20
2	920	?	130	20	600	2,5	7	15
3	870	8	140	22	400	?	9	30
4	830	9	110	24	650	2	8	?
5	910	10	115	32	700	1,6	7	?
6	860	6,5	125	18	680	?	4	25
7	940	5,6	135	20	560	?	5	35
8	910	7,2	105	24	600	1,8	6	?
9	880	?	120	20	620	2,6	7	32

Задача 23

Решите задачу 22 при условии, что пружина отсутствует.

Указание

В уравнении равновесия поршня присутствуют только две силы и $\boldsymbol{F_{ж}} = \boldsymbol{R}$

Задача 24

Жидкость плотностью ρ под избыточным давлением $p_{м0}$ подается по трубе с площадью поперечного сечения s к баллону. На трубе перед баллоном установлен кран с коэффициентом сопротивления ξ. Из баллона жидкость вытекает в атмосферу через отверстие площадью s_0 с расходом Q.

Определить неизвестную величину.

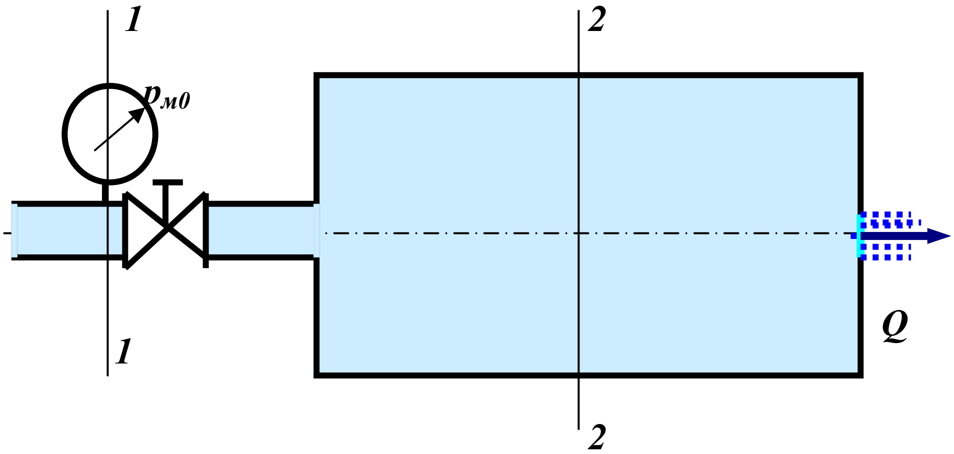


Рисунок к задачам 24 и 25

Указания

1. Запишите систему уравнений:

- $Q = \mu \cdot s_0 \cdot \sqrt{\dfrac{2(p_2 - p_{am})}{\rho}}$ - расход через отверстие
- уравнение Бернулли для сечений ***1-1*** и ***2-2***.

Здесь два неизвестных – расход Q или давление $p_{м0}$ и давление p_2.

2. Учтите только местные потери в кране. Скорость $\vartheta_2 \approx 0$.

3. Режим движения при истечении – развитый турбулентный.

Таблица исходных данных

Вариант	ρ, кг/м^3	s, см^2	s_0, см^2	Q, л/с	ξ	$p_{м0}$, МПа
0	900	5	1	1,5	5	?
1	850	6	1,2	?	6	0,3
2	920	7	1,30	2,5	7	?
3	870	8	1,40	?	9	0,6
4	830	9	1,10	2	8	?
5	910	10	1,15	1,6	7	?
6	860	6,5	1,25	?	4	0,4
7	940	5,6	1,35	?	5	0,7
8	910	7,2	1,05	1,8	6	?
9	880	8,2	1,20	?	7	0,54

Задача 25

Решите задачу 24 при условии, что к отверстию присоединен внешний цилиндрический насадок.

Указание

Изменился коэффициент расхода μ. Для насадка $\mu = 0{,}82$, а для отверстия $\mu = 0{,}6$ (при $Re > 10^5$). При $Re < 10^5$ коэффициент μ следует уточнить по Приложению 9.

Задача 26

Жидкость плотностью ρ перетекает из левого отсека бака в правый через отверстие в перегородке диаметром d. Над жидкостью находится газ. Показание ртутного манометра равно h_{pm}, а показание пружинного вакуумметра равно p_v. Расстояния от поверхности жидкости в отсеках до центра тяжести отверстия равны H_1 и H_2.

Определить неизвестную величину.

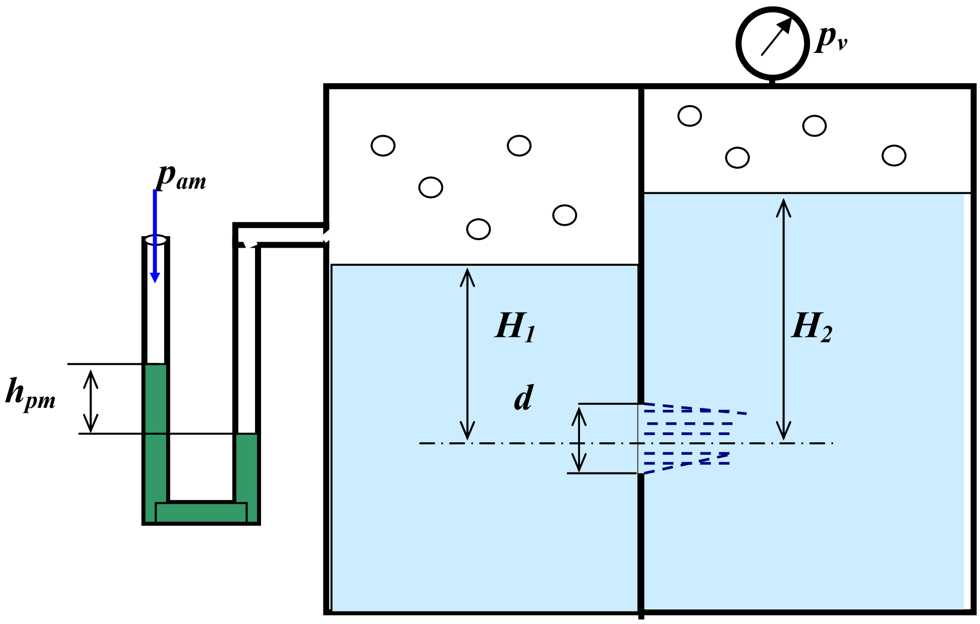


Рисунок к задачам 26 и 27

Указания

1. Расход через отверстие определяется по формуле:

$$Q = \mu \cdot s \cdot \sqrt{\frac{2(p_{вх} - p_{вых})}{\rho}}$$

2. Абсолютное давление на входе в отверстие равно

$$p_{am} + \rho_{pm} \cdot g \cdot h_{pm} + \rho \cdot g \cdot H_1.$$

3. Абсолютное давление на выходе из отверстия равно

$$p_{am} - p_v + \rho \cdot g \cdot H_2.$$

4. Коэффициент расхода принять равным $\mu = 0{,}6$ для отверстия.

Таблица исходных данных

Вариант	ρ, кг/м^3	h_{pm}, м	d, мм	H_1, м	Q, л/с	H_2, м	p_v, МПа
0	900	0,5	5	1	0,5	1,8	?
1	850	0,4	6	1,2	?	1,9	0,03
2	920	0,3	7	1,30	1,5	2,2	?
3	870	0,55	8	1,40	?	2,1	0,06
4	830	0,45	9	1,10	0,8	1,7	?
5	910	0,25	10	1,15	0,6	1,95	?
6	860	0,36	6,5	1,25	?	2,05	0,04
7	940	0,28	5,6	1,35	?	2,4	0,07
8	910	0,2	7,2	1,05	0,9	1,65	?
9	880	0,3	8,2	1,20	?	1,82	0,05

Задача 27

Решите задачу 26 при условии, что к отверстию присоединен внешний цилиндрический насадок.

Указание

Изменился коэффициент расхода μ. Для насадка $\mu = 0{,}82$, а для отверстия $\mu = 0{,}6$ (при $Re > 10^5$). При $Re < 10^5$ коэффициент μ следует уточнить по Приложению 9.

Задача 28

Жидкость плотностью ρ перетекает из цилиндра через отверстие в дне диаметром d в резервуар. В цилиндре находится поршень диаметром D, на поршень действует сила R. Расстояния от поверхности жидкости до дна цилиндра равно H. Дно цилиндра расположено на глубине h под уровнем жидкости в резервуаре.

Определить неизвестную величину.

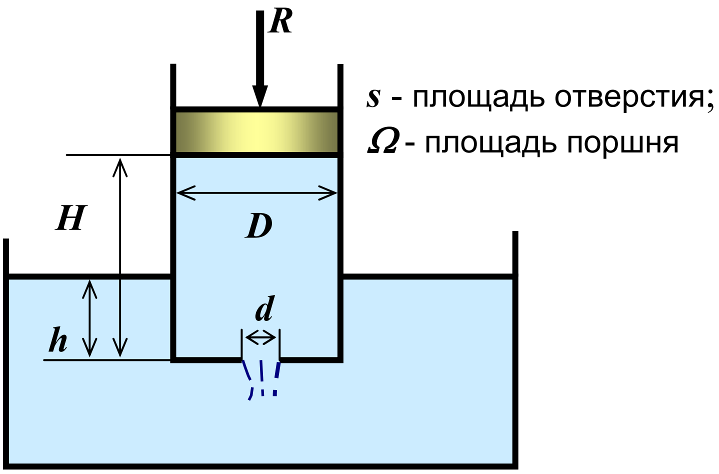


Рисунок к задачам 28 и 29

Указания

1. Расход через отверстие определяется по формуле:

$$Q = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{\frac{2(p_{вх} - p_{вых})}{\rho}}.$$

2. Абсолютное давление на входе в отверстие равно

$$p_{ат} + R/\Omega + \rho \cdot g \cdot H.$$

3. Абсолютное давление на выходе из отверстия равно

$$p_{ат} + \rho \cdot g \cdot h.$$

4. Коэффициент расхода принять равным $\mu = 0{,}6$ для отверстия.

Таблица исходных данных

Вари-ант	ρ, кг/м^3	h, м	d,мм	H_1, м	Q, л/с	D, мм	R, н
0	900	0,5	5	1	0,5	40	?
1	850	0,4	6	1,2	?	50	100
2	920	0,3	7	1,30	1,5	60	?
3	870	0,55	8	1,40	?	70	120
4	830	0,45	9	1,10	0,8	80	?
5	910	0,25	10	1,15	0,6	90	?
6	860	0,36	6,5	1,25	?	55	150
7	940	0,28	5,6	1,35	?	65	140
8	910	0,2	7,2	1,05	0,9	76	?
9	880	0,3	8,2	1,20	?	82	110

Задача 29

Решите задачу 28 при условии, что к отверстию присоединен внешний цилиндрический насадок.

Указание

Изменился коэффициент расхода μ. Для насадка $\mu = 0,82$, а для отверстия $\mu = 0,6$ (при $Re>10^5$). При $Re<10^5$ коэффициент μ следует уточнить по Приложению 9 .

Задача 30

Газ течет по трубопроводу длиной l и диаметром **d** при температуре t °С. Движение установившееся и изотермическое. Давление в начале трубопровода равно p_1, в конце трубопровода p_2, массовый расход газа равен Q_m.

Определить неизвестную величину, а также объёмный расход газа, приведенный к атмосферному давлению.

Таблица исходных данных

Ва-риант	μ[14], кг/кмоль	t °,С	d,мм	p_1, Мпа	p_2, Мпа	Q_m, кг/с	l, км	газ
0	29	15	200	?	3,2	5,2	100	Воздух
1	32	15	300	3,7	2,5	?	120	Кислород
2	2,02	15	250	4,2	?	4,5	140	Водород
3	44	15	400	2,9	1,8	?	150	Углек. Газ
4	29	-20	?	3,8	2,5	6,3	250	Воздух
5	29	0	280	?	3,2	4,6	280	Воздух
6	29	10	320	5,2	4,0	?	290	Воздух
7	29	20	430	3,5	2,4	?	300	Воздух
8	29	30	380	3,2	?	4,,9	350	Воздух

[14] **μ - молекулярная масса газа**, то есть масса одного киломоля.

9	29	40	410	4,5	3,2	?	180	Воздух

Указания

1. При неизвестном расходе или диаметре задать в первом приближении коэффициент гидравлического трения λ =0,02.

2. Далее необходимо решить уравнение (52) или (53) относительно неизвестной величины, определить число ***Re,*** уточнить значение λ и далее значение расхода или диаметра.

3. При определении плотности и вязкости газа использовать Приложения 3 и 4.

Приложение 1

Зависимость плотности ρ и кинематического коэффициента вязкости ν некоторых жидкостей от температуры

	ρ, кг/м^3 при t°С		ν, 10^{-4} м^2/с при t°С			
Жидкость	20	50	20	40	60	80
Вода	998	-	0,010	0,0065	0,0047	0,0036
Нефть легкая	884	-	0,25	0,15	-	-
Нефть тяжелая	924	-	1,4	1,2	-	-
Бензин	745	-	0,0073	0,0059	0,0049	-
Керосин Т-1	808	-	0,025	0,018	0,012	0,010
Дизтопливо	846	-	0,38	0,12	-	-
Глицерин	1245	-	9,7	8,3	0,88	0,25
Ртуть	13550	-	0,0016	0,0014	0,0010	-
Масла:						
касторовое	960	-	15	3,5	0,88	0,25
трансформаторное	884	880	0,28	0,13	0,078	0,048
АМГ-10	-	850	0,17	0,11	0,085	0,65
веретенное АУ	-	892	0,48	0,19	0,098	0,059
индустриальное 12	-	883	0,48	0,19	0,098	0,059
индустриальное 20	-	891	0,85	0,33	0,14	0,08
индустриальное 30	-	901	1,8	0,56	0,21	0,11
индустриальное 50	-	910	5,3	1,1	0,38	0,16
турбинное	-	900	0,97	0,38	0,16	0,088

Указания

- Плотность жидкости при другой температуре можно определить по формуле: $\rho_t = \rho_0 / (1+\alpha\cdot\Delta t)$,

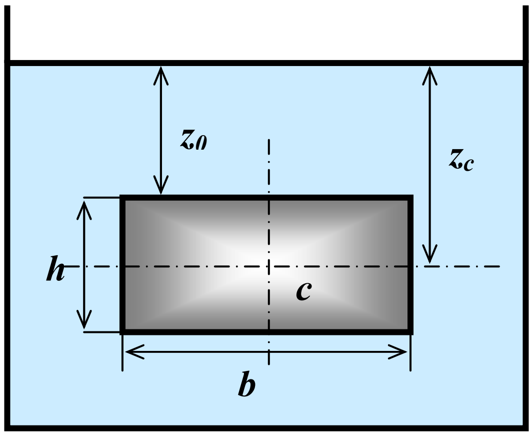
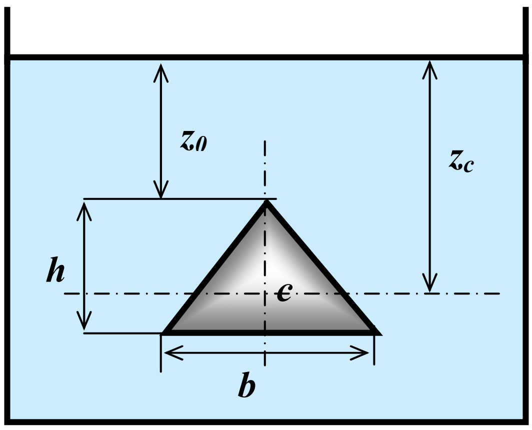
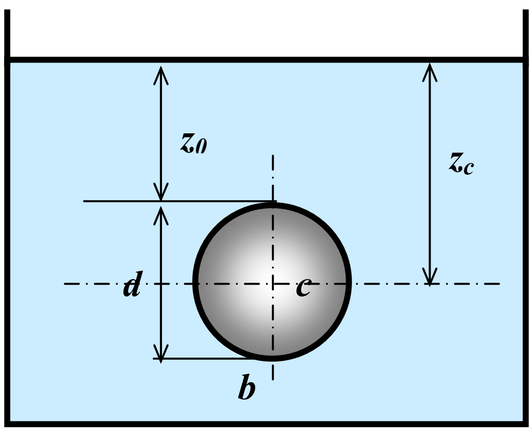
где ρ_t - плотность жидкости при температуре $t=t_0+\Delta t$; Δt - изменение температуры; t_0 - температура, при которой плотность жидкости равна ρ_0;
α - коэффициент температурного расширения (в среднем для минеральных масел и нефти можно принять α=0,0007 1/° С, для воды. бензина. керосина α=0,0003 1/° С) .

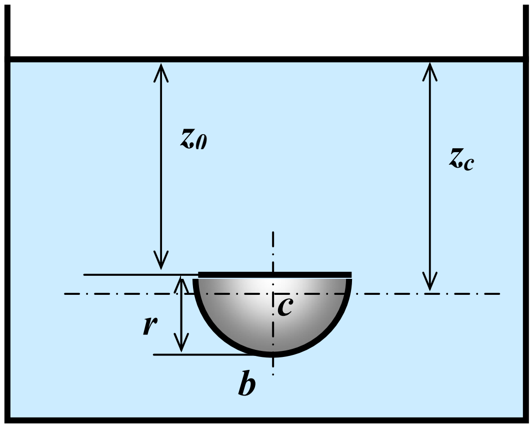
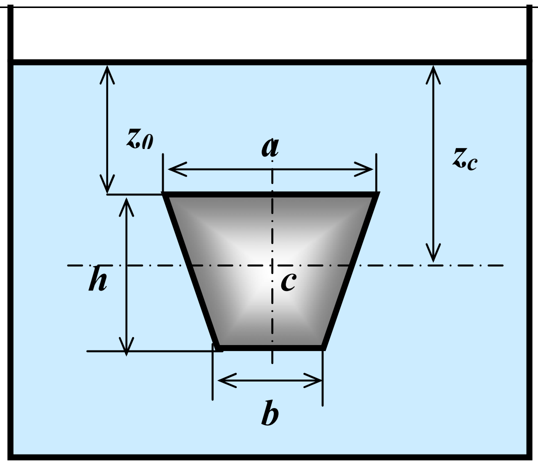
- Вязкость при любой температуре определяется по формуле:

$$\nu_t = \nu_{20} \cdot e^{\beta\cdot(t-20)}; \qquad \beta = \frac{\ln\frac{\nu_{t2}}{\nu_{t1}}}{t_2 - t_1}.$$

Приложение 2

Моменты инерции относительно горизонтальной центральной оси, координаты центра тяжести и площади некоторых плоских фигур

Вид фигуры, обозначения	I_c	z_c	s
	$\frac{b \cdot h^3}{12}$	$z_c = z_0 + h/2$	$b \cdot h$
	$\frac{b \cdot h^3}{36}$	$z_c = z_0 + 2h/3$	$b \cdot h/2$
	$\frac{\pi \cdot d^4}{64}$	$z_c = z_0 + d/2$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$

	$\frac{(9\pi^2-64)r^4}{72\cdot\pi}$	$z_c = z_0 + 4r/3\pi$	$\frac{\pi\cdot r^2}{2}$
	$\frac{h^3(a^2+4a\cdot b+b^2)}{36(a+b)}$	$z_0+\frac{h(a+2b)}{3(a+b)}$	$h\cdot(a+b)/2$

Приложение 3

Плотность и кинематическая вязкость сухого воздуха (р=98кПа)

t°C	**ρ,** $кг/м^3$	**ν, 10^{-6}** $м^2/с$	**t°C**	**ρ,** $кг/м^3$	**ν, 10^{-6}** $м^2/с$
-50	1,26	9,54	70	1,02	20,45
-20	1,29	11,93	80	0,99	21,7
0	1,28	13,7	90	0,96	22,9
10	1,23	14,7	100	0,935	23,8
20	1,185	15,7	200	0,74	32,82
30	1,15	16,6	300	0,61	49,9
40	1,11	17,6	400	0,52	64,9
50	1,08	18,6	500	0,46	80,4
60	1,045	19,6	1000	0,274	185

Приложение 4

Плотность и кинематическая вязкость некоторых газов (p=100кПа)

Газ	**t°C**	**ρ,** кг/м^3	**ν, 10^{-6}** м^2/с
Воздух	15	1,21	14,5
Водород	15	0,085	94,5
Кислород	15	1,34	1,4
Углекислый газ	15	1,84	7,2

Приложение 5

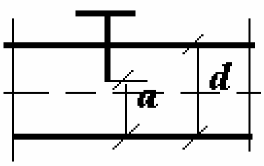
Значения эквивалентной шероховатости $\Delta_э$, мм для различных труб

Вид трубы	Состояние трубы	**$\Delta_э$, мм**
Тянутая из стекла и цветных металлов	новая, технически гладкая	0,001÷0,01
Бесшовная стальная	новая	0,02÷0,05
Стальная сварная	новая	0,03÷0,1
Стальная сварная	с незначительной коррозией	0,1÷0,2
Стальная сварная	умеренно заржавленная	0,3÷0,7
Стальная сварная	сильно заржавленная	0,8÷1,5
Стальная сварная	с большими отложениями	2,0÷4,0
Стальная оцинкованная	новая	0,1÷0,2
Стальная оцинкованная	после неск. лет эксплуатации	0,4÷0,7
Чугунная	новая	0,2÷0,5
	бывшая в употреблении	0,5÷1,5

Приложение 6

Значения усредненных коэффициентов местных сопротивлений ξ

(квадратичная зона)

Сопротивление	Конструктивные параметры	ξ
Вход в трубу	с острыми кромками выступающий внутрь резервуара	0,5 1,0
Выход из трубы		1,0
Угольник с углом поворота	45° 90°	0,44 1,32
Колено плавное	90°	0,23
Шаровой клапан		45,0
Вентиль обычный		4,0
Приемная коробка трубы с клапаном и сеткой при $\mathbf{d}_{тр}$, мм	40 70 100 150 200 300	12 8,5 7,0 6,0 5,2 3,7
Задвижка при $n_{задв}=a/d$ 	1 0,75 0,5 0,4 0,3 0,2	0,15 0,2 2,0 4,6 10,0 35,0
Кран пробковый		0,4
Фильтры для нефтепродуктов	светлый темный	1,7 2,2
Диафрагма с острыми кромками при $\mathbf{n}=\omega_{отв}/\omega_{тр}$	0,4 0,5 0,6 0,7	7 4 2 0,97

Приложение 7

Поправочная функция φ для $\xi_{кв}$ в формуле $\xi=\varphi\cdot\xi_{кв}$ при ламинарном и переходном режимах движения

Re	200	600	1000	1400	1800	2200	2600	2800
φ	4,2	3,51	3,32	3,01	2,9	2,48	2,12	1,98

Приложение 8

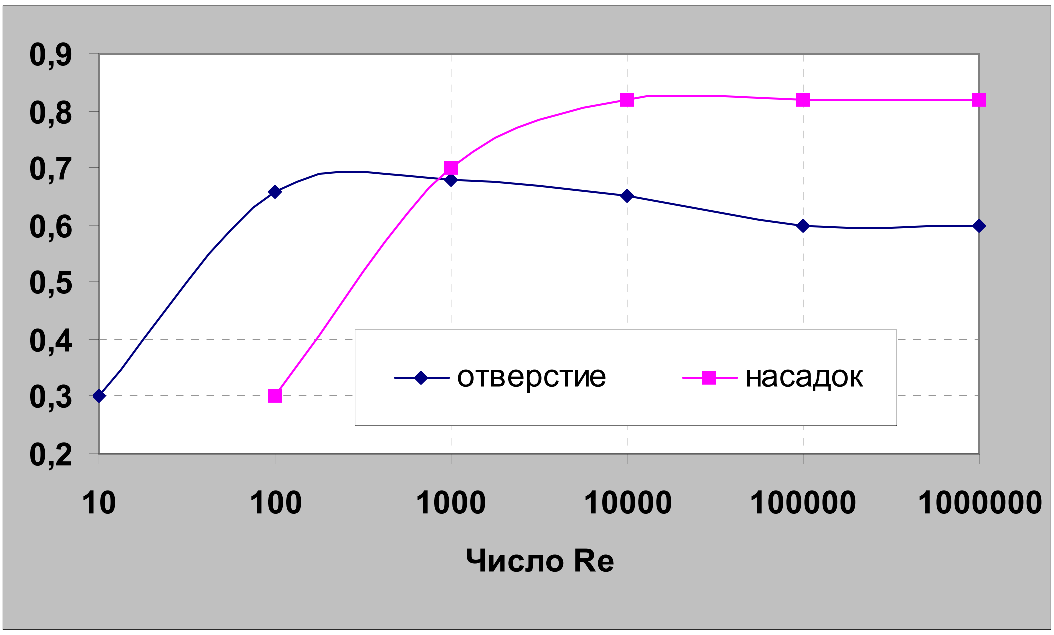
Зависимость давления насыщенных паров $p_{н.п.}$ (Па) некоторых жидкостей от температуры

Жидкость	Температура, t, °С								
	0	10	20	30	40	50	60	70	80
Вода	633	1225	2332	4214	7350	12348	19694	32164	47334
Легкая нефть	3430	-	7640	-	13720	-	37240	-	85280
Бензин	5488	7936	10682	16562	22536	31946	-	-	-
Глинистый раствор	-	1762	3136	5390	8320	13720	-	-	-
Масло	-	-	-	-	200	300	400	600	800
Керосин Т1	-	-	3500	-	5800	-	7500	-	12000

Приложение 9

Зависимость коэффициента расхода от числа Re

(для малого отверстия и внешнего цилиндрического насадка)



ОГЛАВЛЕНИЕ

	ВВЕДЕНИЕ	3
Раздел 1.	**ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**	5
Раздел 2.	**ОСНОВЫ ГИДРОСТАТИКИ**	9
2.1.	Силы	9
2.1.1.	Силы тяготения	9
2.1.2.	Электромагнитные силы	12
2.1.3.	Упругие силы	13
2.1.4.	Сила давления столба жидкости	15
Раздел 3.	**МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГИДРОСТАТИКИ**	18
3.1.	Постановка задачи	18
3.2.	Вычисление гидростатического давления	21
3.3.	Определение силы давления жидкости на плоскую поверхность	23
3.3.1.	Графоаналитический способ определения силы и центра давления	23
3.3.2.	Аналитический способ определения силы и центра давления	24
3.3.3.	Определение суммарной силы давления как равнодействующей системы параллельных сил	25
3.4.	Решение инженерной задачи	28
Раздел 4.	**КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ГИДРОСТАТИКЕ**	31
Раздел 5.	**МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГИДРОДИНАМИКИ**	56
5.1.	Механическая энергия	56
5.2.	Закон сохранения энергии для идеальной жидкости	59
5.3.	Закон сохранения энергии для реальной жидкости	60
5.4.	Закон сохранения массы	63

5.5. Законы сохранения массы и энергии при движении газа 65
5.6. Расчет трубопроводов. Примеры решения задач 66
5.6.1. Определение силы или давления 66
5.6.2. Определение расхода жидкости 74
5.6.3. Определение диаметра трубопровода и кавитационный расчет 78
5.7. Расчет газопроводов 84
5.7.1. Вывод расчетных зависимостей для совершенного газа 85
5.7.2. Пример расчета 87
5.8. Определение скорости и расхода при истечении жидкости через отверстия и насадки 88

***Раздел 6*.** **КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ГИДРОДИНАМИКЕ** 92

ПРИЛОЖЕНИЯ 112

Прил. 1. Зависимость плотности и кинематического коэффициента вязкости некоторых жидкостей от температуры 112
Прил. 2. Моменты инерции относительно горизонтальной центральной оси, координаты центра тяжести и площади некоторых плоских фигур 113
Прил. 3. Плотность и кинематическая вязкость сухого воздуха 114
Прил. 4. Плотность и кинематическая вязкость некоторых газов 115
Прил. 5. Значения эквивалентной шероховатости для труб 115
Прил. 6. Значения усредненных коэффициентов местных сопротивлений (квадратичная зона) 116
Прил. 7. Поправочная функция для $\xi_{кв}$ при ламинарном и переходном режимах движения 116
Прил. 8. Зависимость давления насыщенных паров некоторых жидкостей от температуры 117
Прил. 9. Зависимость коэффициента расхода от числа *Re* 117

Учебное издание

Раинкина Лариса Николаевна

ГИДРОМЕХАНИКА

Учебное пособие (2-ое издание)