

P232:

1.

В уравнении частных производных

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 5 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 6 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

замените $s = y + 2x$, $t = y + 3x$

и покажите, что $\partial^2 z / \partial s \partial t = 0$.

Решите исходное уравнение.

Ответ: $z = f(y+2x) + g(y+3x)$

3.

Подразумевая, что $w = f(x, y)$ удовлетворяет

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 1.$$

положим $x = u + v$, $y = u - v$, покажите, что w удовлетворяет

$\partial^2 w / \partial u \partial v = 1$. Следовательно, решите исходное уравнение.

Ответ: $w = (x^2 - y^2) / 4 + F(x+y) + G(x-y)$

7. Замените независимую переменную x на θ с помощью $x = \cos \theta$ и покажите, что уравнение Лежандра

$$(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

становится таким

$$\frac{d^2 y}{d\theta^2} + \cot \theta \frac{dy}{d\theta} + 2y = 0.$$