Методические указания и варианты контрольных заданий по линейной алгебре для студентов заочного отделения

Д. Н. Москвин

28 февраля 2012 г.

Контрольная работа состоит из 5 задач, которые студент должен выполнить в отдельной тетради. Номер варианта задачи соответствует последней цифре номера зачётной книжки. Если эта цифра — 0, то студент выполняет 10-ый вариант.

Пособие организованно следующим образом. Для каждого задания сначала приводятся полезные формулы, потом (для некоторых заданий) приводится решение примера. После этого идут варианты заданий для контрольной работы.

Задание 1. Векторы, операции над векторами

Координатное представлением вектора $\overrightarrow{AB}$ с известным началом $A(a_x, a_y, a_z)$ и концом $B(b_x, b_y, b_z)$ вычисляется по формуле:

$$\overrightarrow{AB} = (b_x - a_x, b_y - a_y, b_z - a_z).$$

Если известны координатные представления векторов $\overrightarrow{a} = (a_x, a_y, a_z)$ и $\overrightarrow{b} = (b_x, b_y, b_z)$, то координатное представление их суммы вычисляется по формуле

$$\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = (a_x + b_x, a_y + b_y, a_z + b_z).$$

Длина вектора $\overrightarrow{a} = (a_x, a_y, a_z)$ может быть найдена по формуле

$$|\overrightarrow{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

Скалярное произведение векторов $\overrightarrow{a} = (a_x, a_y, a_z)$ и $\overrightarrow{b} = (b_x, b_y, b_z)$ может быть вычислено по формуле

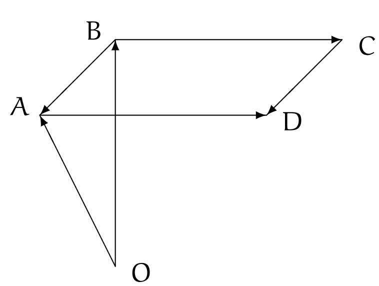
$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

или по формуле

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = |\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}| \cos \alpha,$$

где α — угол между этими векторами.

Пример. Найти длины диагоналей параллелограмма $ABCD$ и угол между диагональю AC и стороной AD, если известны координаты точек $B(3, 4, -2)$, $C(1, -5, 3)$, $D(-2, 1, 6)$.



Решение. Координаты трёх вершин параллелограмма (B, C и D) нам известны. Найдём координаты четвёртой вершины — A. Напишем векторное уравнение (правило треугольника)

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA}.$$

Здесь точка $O(0,0,0)$ — начало координат. Поскольку противоположные стороны параллелограмма параллельны и равны, можем заменить в уравнении $\overrightarrow{BA}$ на $\overrightarrow{CD}$:

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CD}.$$

Переходя к координатным представлениям векторов, получим

$$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{CD} = (3-0, 4-0, -2-0) + (-2-1, 1-(-5), 6-3) = (0, 10, 1)$$

По формуле для длины вектора находим длины диагоналей

$$AC = \sqrt{1^2 + 15^2 + 2^2} = \sqrt{230};$$
$$BD = \sqrt{5^2 + 3^2 + 8^2} = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}.$$

Угол α между векторами $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{AD}$ может быть найден из формулы для скалярного произведения векторов

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = AC\,AD\,\cos\alpha.$$

Поскольку $\overrightarrow{AC} = (1, -15, 2)$ и $\overrightarrow{AD} = (-2, -9, 5)$, имеем

$$1 \cdot (-2) + (-15) \cdot (-9) + 2 \cdot 5 = \sqrt{230}\sqrt{110}\cos\alpha;$$
$$\alpha = \arccos \frac{143}{10\sqrt{253}}.$$

Варианты задания 1 для контрольной работы.

1. Найти длины диагоналей параллелограмма $ABCD$ и угол между ними, если известны координаты точек $A(-4, 2, 2)$, $B(-3, 8, -3)$, $C(-7, 6, 0)$.

2. Найти длины диагоналей параллелограмма $ABCD$ и угол между диагональю AC и стороной AB, если известны координаты точек $A(2, 8, -7)$, $B(-7, -3, 3)$, $C(7, 0, 6)$.

3. Найти длины диагоналей параллелограмма $ABCD$ и угол между диагональю AC и стороной BC, если известны координаты точек $A(8, -5, 3)$, $B(8, -8, 9)$, $C(-5, -6, -8)$.

4. Найти длины диагоналей параллелограмма $ABCD$ и угол между диагональю AC и стороной CD, если известны координаты точек $A(-5, 1, -6)$, $B(4, 0, -4)$, $C(1, 7, 5)$.

5. Найти длины диагоналей параллелограмма $ABCD$ и угол между диагональю AC и стороной AD, если известны координаты точек $A(1, 7, 4)$, $B(0, 8, 2)$, $C(8, 0, -8)$.

6. Найти длины диагоналей параллелограмма $ABCD$ и угол между диагональю BD и стороной AB, если известны координаты точек $A(0, -6, 8)$, $B(-4, 4, 8)$, $C(3, 1, -3)$.

7. Найти длины диагоналей параллелограмма $ABCD$ и угол между диагональю BD и стороной BC, если известны координаты точек $A(6, 0, -1)$, $B(-8, -8, -5)$, $C(-9, -5, -9)$.

8. Найти длины диагоналей параллелограмма $ABCD$ и угол между диагональю BD и стороной CD, если известны координаты точек $A(-6, 6, 9)$, $B(7, 0, 1)$, $C(-3, 8, -3)$.

9. Найти длины диагоналей параллелограмма $ABCD$ и угол между диагональю BD и стороной AD, если известны координаты точек $A(0, -7, 0)$, $B(3, 8, 7)$, $C(4, 2, 3)$.

10. Найти длины диагоналей параллелограмма $ABCD$ и угол между сторонами AB и AD, если известны координаты точек $A(6, -1, -9)$, $B(-1, 3, -6)$, $C(-8, -5, -4)$.

Задание 2. Определители и их применение

Определитель матрицы 2×2

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

это число Δ, вычисляемое по формуле

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

Определитель матрицы 3×3 можно вычислить методом разложения по первой строке:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

В общем случае, для матрицы $n \times n$ метод разложения по первой строке описывается формулой

$$\Delta = \sum_{j=1}^{n} a_{1j}A_{1j} = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + \ldots + a_{1n}A_{1n}.$$

Здесь A_{ij} — ***алгебраическое дополнение*** к элементу матрицы a_{ij}:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j}M_{ij},$$

где M_{ij} — ***минор***, то есть определитель матрицы, полученной из исходной вычёркиванием i-ой строки и j-го столбца.

Метод Крамера решения системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

заключается в нахождении определителей Δ (главный определитель системы) и Δ_1, Δ_2, Δ_3:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}.$$

Если главный определитель системы Δ отличен от нуля, то корни системы уравнений могут быть найдены по формулам:

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}.$$

Варианты задания 2 для контрольной работы.

Решить систему линейных уравнений, используя правило Крамера.

1. $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -19, \\ -5x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 5, \\ -x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -1. \end{cases}$

2. $\begin{cases} -2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 20, \\ -4x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 10, \\ 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 20. \end{cases}$

3. $\begin{cases} -x_1 + x_2 + 5x_3 = -14, \\ -3x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -27, \\ -4x_1 + 5x_2 + 3x_3 = -2. \end{cases}$

4. $\begin{cases} -5x_1 - x_2 + x_3 = -10, \\ 4x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -13, \\ 3x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -3. \end{cases}$

5. $\begin{cases} -3x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 4, \\ -2x_1 - 4x_2 + 4x_3 = 20, \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$

6. $\begin{cases} -x_1 - x_2 + 2x_3 = -2, \\ -5x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 14, \\ -5x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 29. \end{cases}$

7. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 6, \\ -5x_1 + 5x_2 - x_3 = -4, \\ 4x_1 - 4x_2 + 5x_3 = -1. \end{cases}$

8. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ -4x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 2, \\ 4x_1 + 5x_2 - 4x_3 = -31. \end{cases}$

9. $\begin{cases} -x_1 + 5x_2 + x_3 = -15, \\ -3x_1 + 4x_2 - 4x_3 = -19, \\ -x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -13. \end{cases}$

10. $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 = -11, \\ 4x_1 - 3x_2 - x_3 = -4, \\ -4x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$

Задание 3. Матрицы, операции над матрицами

Для любой матрицы A размера $m \times n$ можно построить ***транспонированную матрицу*** A^T размера $n \times m$, поменяв местами строки и столбцы в исходной матрице A. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 7 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

Произведение матрицы A ***и числа*** k, это матрица kA того же размера, что и A, каждый элемент которой больше соответствующего элемента A в k раз. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 7 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad 3A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 15 & 21 \\ 9 & 18 \end{pmatrix}.$$

Суммой двух матриц одного размера называется матрица того же размера, каждый элемент которой получается сложением соответствующих элементов исходных матриц. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 7 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -9 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad A + B = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 9 & -2 \\ 4 & 10 \end{pmatrix}.$$

Две матрицы A размера $m \times n$ и B размера $m' \times n'$ называются ***согласованными для умножения***, если $n = m'$. ***Произведением*** двух согласованных для умножения матриц A (размера $m \times n$) и B (размера $n \times l$) называется матрица $C = AB$ размера $m \times l$, элементы которой вычисляются по формуле

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + a_{i3} b_{3j} + \ldots + a_{in} b_{nj}.$$

Например, для

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 7 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -3 \\ -2 & 8 & -1 \end{pmatrix}$$

произведение

$$AB = \begin{pmatrix} 1 \cdot 4 + 2 \cdot (-2) & 1 \cdot 0 + 2 \cdot 8 & 1 \cdot (-3) + 2 \cdot (-1) \\ 5 \cdot 4 + 7 \cdot (-2) & 5 \cdot 0 + 7 \cdot 8 & 5 \cdot (-3) + 7 \cdot (-1) \\ 3 \cdot 4 + 6 \cdot (-2) & 3 \cdot 0 + 6 \cdot 8 & 3 \cdot (-3) + 6 \cdot (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 16 & -5 \\ 6 & 56 & -22 \\ 0 & 48 & -15 \end{pmatrix},$$

а произведение

$$BA = \begin{pmatrix} 4 \cdot 1 + 0 \cdot 5 + (-3) \cdot 3 & 4 \cdot 2 + 0 \cdot 7 + (-3) \cdot 6 \\ (-2) \cdot 1 + 8 \cdot 5 + (-1) \cdot 3 & (-2) \cdot 2 + 8 \cdot 7 + (-1) \cdot 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -10 \\ 35 & 46 \end{pmatrix}.$$

Квадратная матрица I называется единичной, если для любой квадратной матрицы A выполняется

$$AI = IA = A.$$

Обратной матрицей для матрицы A называется матрица A^{-1}, для которой

$$AA^{-1} = I.$$

Обратную матрицу для матрицы

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

можно найти по формуле

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix}^{T},$$

где $|A|$ — определитель матрицы A, а A_{ij} — алгебраическое дополнение к элементу исходной матрицы a_{ij}.

Варианты задания 3 для контрольной работы.

Даны две матрицы A и B. Найти матрицы $P = 2A^T - 3B$, $Q = BA$, $R = (AB)^{-1}$.

1. $A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 2 \\ -3 & 8 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -7 & 6 \\ 0 & -4 \\ -8 & 7 \end{pmatrix}$

2. $A = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -7 \\ -7 & -3 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 6 & 4 \\ 9 & -5 \end{pmatrix}$

3. $A = \begin{pmatrix} 8 & -5 & 3 \\ 8 & -8 & 9 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -5 & -6 \\ -8 & -7 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$

4. $A = \begin{pmatrix} -5 & 1 & -6 \\ 4 & 0 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 5 & 1 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$

5. $A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 4 \\ 0 & 8 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ -8 & 9 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$

6. $A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 8 \\ -4 & 4 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -3 & -2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$

7. $A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & -1 \\ -8 & -8 & -5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -9 & -5 \\ -9 & 6 \\ 5 & -9 \end{pmatrix}$

8. $A = \begin{pmatrix} -6 & 6 & 9 \\ 7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 8 \\ -3 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

9. $A = \begin{pmatrix} 0 & -7 & 0 \\ 3 & 8 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -9 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}$

10. $A = \begin{pmatrix} 6 & -1 & -9 \\ -1 & 3 & -6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -8 & -5 \\ -4 & -1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$

Задание 4. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений

Варианты задания 4 для контрольной работы.

Решить систему методом Гаусса. Найти общее и два частных решения.

1. $\begin{cases} -4x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 8x_5 = -8, \\ -5x_1 + 11x_2 - 2x_3 - 6x_4 + 20x_5 = -23, \\ -3x_1 - 7x_2 + 6x_3 - 4x_5 = 7. \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 - 7x_3 - 7x_4 - 3x_5 = 9, \\ 4x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 19x_4 + 11x_5 = -19, \\ 3x_1 + 7x_2 + 6x_4 + 4x_5 = -5. \end{cases}$

3. $\begin{cases} 8x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 8x_4 - 8x_5 = 7, \\ 2x_1 - 18x_3 - 32x_4 + 2x_5 = -10, \\ 9x_1 - 5x_2 - 6x_3 - 8x_4 - 7x_5 = 2. \end{cases}$

4. $\begin{cases} -5x_1 + x_2 - 6x_3 + 4x_4 = 4, \\ -6x_1 + x_2 - 19x_3 + 3x_4 - x_5 = -1, \\ -4x_1 + x_2 + 7x_3 + 5x_4 + x_5 = 9. \end{cases}$

5. $\begin{cases} x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 8x_5 = 2, \\ 6x_2 + 8x_3 + 8x_4 + 7x_5 = 7, \\ 2x_1 + 8x_2 - 8x_4 + 9x_5 = -3. \end{cases}$

6. $\begin{cases} -6x_2 + 8x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 7, \\ 16x_1 + 12x_2 - 6x_3 - 2x_4 - 8x_5 = -1, \\ 8x_1 + 3x_2 + x_3 - 3x_4 - 2x_5 = 3. \end{cases}$

7. $\begin{cases} 6x_1 - x_3 - 8x_4 - 8x_5 = 5, \\ 17x_1 + 9x_2 + 3x_3 - 7x_4 - 22x_5 = 19, \\ -5x_1 - 9x_2 - 5x_3 - 9x_4 + 6x_5 = -9. \end{cases}$

8. $\begin{cases} -6x_1 + 6x_2 + 9x_3 + 7x_4 = 3, \\ 8x_1 - 12x_2 + 7x_3 - 13x_4 + 4x_5 = 7, \\ x_1 - 3x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 5. \end{cases}$

9. $\begin{cases} -7x_2 + 3x_4 + 8x_5 = 0, \\ -7x_1 - 18x_2 - 2x_3 + 3x_4 + 25x_5 = 7, \\ 7x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 - 9x_5 = -7. \end{cases}$

10. $\begin{cases} 6x_1 - x_2 - 9x_3 - x_4 + 3x_5 = 5, \\ -18x_1 - 15x_2 - x_3 - 7x_4 - 5x_5 = -5, \\ -6x_1 - 8x_2 - 5x_3 - 4x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$

Задание 5. Аналитическая геометрия

Общее уравнение плоскости в пространстве имеет вид

$$Ax + By + Cz + D = 0.$$

Параметры A, B, C, D — некотроые константы, задающие плоскость ***Условие перпендикулярности*** плоскостей $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ может быть записано в виде

$$A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0.$$

Пример. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(-2, -3, -5)$ и перпендикулярной плоскостям $7x + 8y - 7z - 9 = 0$ и $x - 2y + 5z + 2 = 0$.
Решение. Предположив, что искомая плоскость не проходит через начало координат, запишем её уравнение в виде $ax+by+cz+1 = 0$. Поскольку точка M_0 должна принадлежать этой плоскости, её координаты $M_0(-2, -3, -5)$ должны удовлетворять уравнению

$$-2a - 3b - 5c + 1 = 0.$$

Должны также выполняться условия перпендикулярности искомой плоскости и плоскостей, данных в условии задачи:

$$7a + 8b - 7c = 0,$$
$$a - 2b - 5c = 0.$$

Возникает система из трёх уравнений на три переменные, решая её (например, методом Крамера), получим

$$a = -\frac{13}{92}, \quad b = \frac{21}{92}, \quad c = \frac{11}{92}.$$

Ответ: $-13x + 21y + 11z + 92 = 0$.

Варианты задания 5 для контрольной работы.

1. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(-5, -3, -4)$ и $M_2(6, -2, -6)$ и перпендикулярной плоскости $-x - 8y + 4 = 0$.

2. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(3, -3, -2)$ и перпендикулярной плоскостям $-2x + 3y + 2z + 9 = 0$ и $6y - z - 7 = 0$.

3. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(-5, -6, 3)$ и $M_2(4, -3, 6)$ и перпендикулярной плоскости $-x - 8y + 3z + 1 = 0$.

4. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(5, 2, -6)$ и перпендикулярной плоскостям $-4x+4y+z-1=0$ и $-7y+7z-4=0$.

5. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1, -4, 4)$ и $M_2(-5, 3, -5)$ и перпендикулярной плоскости $-x-9y-2z+8=0$.

6. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(-4, -6, -4)$ и перпендикулярной плоскостям $6x+5z+3=0$ и $-4x-6y-6z+5=0$.

7. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(2, 5, 5)$ и $M_2(1, -2, -2)$ и перпендикулярной плоскости $4x+8y+8=0$.

8. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(-1, 2, 6)$ и перпендикулярной плоскостям $4x-4y-8z+2=0$ и $-4x+2y+7z-1=0$.

9. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(3, -6, -2)$ и $M_2(-4, 5, 5)$ и перпендикулярной плоскости $-7x-y-7z+8=0$.

10. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(3, -5, 2)$ и перпендикулярной плоскостям $6x-4y+8z-1=0$ и $3x-8y-6z+8=0$.