

Р 54.

Решить для всех возможных значения натуральных чисел x и y .

36. $2ix + 3 = y - i$

38. $x + iy = 2i - 7$

40. $x + iy = 3i - ix$

42. $(x + 2y + 3) + i(3x - y - 1) = 0$

44. $x + iy = (1 - i)^2$

46. $\frac{x+iy}{x-iy} = -i$

Р 55.

Описать, и графически изобразить набор точек в комплексной плоскости, удовлетворяющие следующим уравнениям.

53. $|z - 1| = 1$

54. $|z - 1| < 1$

57. $\operatorname{Re}(z)^2 = 4$

58. $\operatorname{Re} z > 2$

Р 56.

Используя формулы ниже, найти скорость и ускорение, при данном z .

$$z = x + iy = \frac{i + 2t}{t - i}$$

Скорость в комплексном виде

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dx}{dt} + i \frac{dy}{dt}$$

Ускорение в комплексном виде

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2} + i \frac{d^2y}{dt^2}$$

Модуль скорости

$$v = \sqrt{(dx/dt)^2 + (dy/dt)^2} = |dz/dt|$$

Модуль ускорения

$$a = |d^2z/dt^2|.$$

Тогда:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{2(t - i) - (i + 2t)}{(t - i)^2} = \frac{-3i}{(t - i)^2}.$$

$$v = \left| \frac{dz}{dt} \right| = \sqrt{\frac{-3i}{(t - i)^2} \cdot \frac{+3i}{(t + i)^2}} = \frac{3}{t^2 + 1}.$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{(-3i)(-2)}{(t - i)^3} = \frac{6i}{(t - i)^3},$$

$$a = \left| \frac{d^2z}{dt^2} \right| = \frac{6}{(t^2 + 1)^{3/2}}.$$

67. Найти v и a если $z = (1 - it)/(2t + i)$

68. Найти v и a если $z = \cos 2t + i \sin 2t$.

Р 63.

Переписать в форме $x + iy$

2. $e^{i\pi/2}$

4. $e^{(1/3)(3+4\pi i)}$

6. $e^{-2\pi i} - e^{-4\pi i} + e^{-6\pi i}$

8. $2e^{5\pi i/6}$

10. $e^{i\pi} + e^{-i\pi}$

$$12. 4e^{-8i\pi/3}$$

$$21. \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{40}$$

$$25. \left(\frac{i\sqrt{2}}{1+i}\right)^{12}$$

$$30. |e^{\sqrt{3}-i}|$$

$$32. |3e^{2+4i}|$$

$$34. |4e^{2i-1}|$$

$$36. |2e^{i\pi/6}|^2$$

P 69.

Переписать в форме $x + iy$

$$4. e^{3\ln 2 - i\pi}$$

$$6. \cos(i \ln 5)$$

$$8. \cos(\pi - 2i \ln 3)$$

Выразить синусы и косинусы в экспоненциальной форме и взять интеграл, показав, что:

$$11. \int_{-\pi}^{\pi} \cos 2x \cos 3x \, dx = 0$$

$$12. \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 3x \, dx = \pi$$

$$14. \int_0^{2\pi} \sin^2 4x \, dx = \pi$$