

First draft! Not for distribution!

No warranty against misprint and errors!

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИЖЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра прикладной математики и информатики

На правах рукописи

А.А.Айзикович
Т.С.Быкова

СБОРНИК ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ
по дисциплине
«Алгебра и аналитическая геометрия»
(раздел „Билинейные и квадратичные формы“)

Ижевск
2002

Электронная версия от 23 марта 2009 г.
Предыдущая версия от 30 сентября 2002 года

УДК 514.12 (075.8)

А 37

Сборник типовых расчетов по дисциплине «Алгебра и аналитическая геометрия» (раздел „Билинейные и квадратичные формы“)

Составители: Айзикович А.А., к.ф.-м.н, доцент,
Быкова Т.С., ст. преподаватель

Сборник содержит типовые задания по основным разделам дисциплины «Алгебра и аналитическая геометрия». В их полном объеме типовые расчеты предназначены для студентов первого курса, обучающихся по специальности 0730 — прикладная математика. Отдельные части расчетов будут также полезны студентам любых инженерно-технических специальностей.

Типовые расчеты могут быть использованы преподавателями математики как для организации самостоятельной работы студентов, так и для проведения контрольных мероприятий по аналитической геометрии, линейной алгебре и общей алгебре.

- © А.А.Айзикович, Т.С.Быкова, составление, 2002.
- © Ижевский государственный технический университет, 2002.

Типовой расчет «Билинейные и квадратичные формы»

Расчетные задания

Задача 1. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа. Указать матрицу перехода между исходным и полученным базисами.

Данные в [2], [3], задача X.10.¹

Задача 2. Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием. Указать матрицу перехода между исходным и полученным базисами.

Данные в [2], [3], задача X.11.

Задача 3. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

Данные в [2], [3], задача X.12.

Задача 4. Установить тип кривых, преобразовать уравнения кривых

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + dx + ey + f_i = 0, \quad i = 1, 2, 3,$$

к каноническому виду. Определить линии и построить их. Указать преобразование координат, связывающее исходную систему координат с канонической.

- | | | | | | |
|----|-------------|------------------|-------------|--------------------|-------------------|
| 1. | $a = 6,$ | $b = \sqrt{5},$ | $c = 2,$ | $d = -2,$ | $e = 2\sqrt{5},$ |
| | $f_1 = 6,$ | $f_2 = -1,$ | $f_3 = 13.$ | | |
| 2. | $a = 7,$ | $b = \sqrt{6},$ | $c = 2,$ | $d = -16\sqrt{5},$ | $e = -16,$ |
| | $f_1 = 56,$ | $f_2 = 48,$ | $f_3 = 64.$ | | |
| 3. | $a = 9,$ | $b = 2\sqrt{2},$ | $c = 2,$ | $d = 2,$ | $e = -4\sqrt{2},$ |

¹Фраза «Данные в [2], [3], задача X.n» здесь и далее понимается как «Данные для расчетных заданий взять в учебном пособии [2] или [3] — типовой расчет "X. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА задача n»».

- | | | | | | |
|-----|-------------|-------------------|--------------|--------------------|--------------------|
| | $f_1 = 9,$ | $f_2 = -1,$ | $f_3 = 19.$ | | |
| 4. | $a = 7,$ | $b = 3\sqrt{2},$ | $c = 4,$ | $d = 20\sqrt{2},$ | $e = 20,$ |
| | $f_1 = 30,$ | $f_2 = 20,$ | $f_3 = 10.$ | | |
| 5. | $a = 4,$ | $b = 2\sqrt{3},$ | $c = 5,$ | $d = -4,$ | $e = 2\sqrt{3},$ |
| | $f_1 = 7,$ | $f_2 = -1,$ | $f_3 = 15.$ | | |
| 6. | $a = 3,$ | $b = 2\sqrt{3},$ | $c = 7,$ | $d = -18,$ | $e = -18\sqrt{3},$ |
| | $f_1 = 36,$ | $f_2 = 27,$ | $f_3 = 15.$ | | |
| 7. | $a = 2,$ | $b = \sqrt{2},$ | $c = 3,$ | $d = 2\sqrt{2},$ | $e = -2,$ |
| | $f_1 = 3,$ | $f_2 = -1,$ | $f_3 = 7.$ | | |
| 8. | $a = 2,$ | $b = 2,$ | $c = 5,$ | $d = 12,$ | $e = 24,$ |
| | $f_1 = 30,$ | $f_2 = 24,$ | $f_3 = 36.$ | | |
| 9. | $a = 2,$ | $b = -\sqrt{7},$ | $c = 8,$ | $d = -2\sqrt{7},$ | $e = -2,$ |
| | $f_1 = 8,$ | $f_2 = -1,$ | $f_3 = 17.$ | | |
| 10. | $a = 4,$ | $b = -\sqrt{15},$ | $c = 6,$ | $d = 18\sqrt{3},$ | $e = -18\sqrt{5},$ |
| | $f_1 = 72,$ | $f_2 = 63,$ | $f_3 = 81.$ | | |
| 11. | $a = 2,$ | $b = -\sqrt{3},$ | $c = 4,$ | $d = 2\sqrt{3},$ | $e = 2,$ |
| | $f_1 = 4,$ | $f_2 = -1,$ | $f_3 = 9.$ | | |
| 12. | $a = 3,$ | $b = -\sqrt{6},$ | $c = 4,$ | $d = -12\sqrt{2},$ | $e = 12\sqrt{3},$ |
| | $f_1 = 30,$ | $f_2 = 24,$ | $f_3 = 36.$ | | |
| 13. | $a = 5,$ | $b = -2\sqrt{2},$ | $c = 3,$ | $d = -2,$ | $e = -2\sqrt{2},$ |
| | $f_1 = 3,$ | $f_2 = -4,$ | $f_3 = 10.$ | | |
| 14. | $a = 6,$ | $b = -\sqrt{10},$ | $c = 3,$ | $d = 16\sqrt{5},$ | $e = -16\sqrt{2},$ |
| | $f_1 = 56,$ | $f_2 = 48,$ | $f_3 = 64.$ | | |
| 15. | $a = 8,$ | $b = -\sqrt{14},$ | $c = 3,$ | $d = 2\sqrt{2},$ | $e = 2\sqrt{7},$ |
| | $f_1 = 9,$ | $f_2 = -1,$ | $f_3 = 19.$ | | |
| 16. | $a = 6,$ | $b = -2\sqrt{5},$ | $c = 5,$ | $d = -20\sqrt{5},$ | $e = 40,$ |
| | $f_1 = 90,$ | $f_2 = 80,$ | $f_3 = 100.$ | | |
| 17. | $a = 8,$ | $b = \sqrt{6},$ | $c = 3,$ | $d = -4,$ | $e = 4\sqrt{6},$ |
| | $f_1 = 14,$ | $f_2 = -4,$ | $f_3 = 32.$ | | |
| 18. | $a = 7,$ | $b = \sqrt{5},$ | $c = 3,$ | $d = -16\sqrt{5},$ | $e = -16,$ |
| | $f_1 = 48,$ | $f_2 = 32,$ | $f_3 = 64.$ | | |
| 19. | $a = 9,$ | $b = \sqrt{6},$ | $c = 4,$ | $d = 6,$ | $e = -6\sqrt{6},$ |
| | $f_1 = 21,$ | $f_2 = -9,$ | $f_3 = 51.$ | | |
| 20. | $a = 6,$ | $b = \sqrt{6},$ | $c = 5,$ | $d = 16\sqrt{3},$ | $e = 16\sqrt{2},$ |
| | $f_1 = 40,$ | $f_2 = 16,$ | $f_3 = 64.$ | | |
| 21. | $a = 4,$ | $b = \sqrt{3},$ | $c = 6,$ | $d = -6\sqrt{3},$ | $e = 6,$ |
| | $f_1 = 12,$ | $f_2 = -9,$ | $f_3 = 33.$ | | |

22. $a = 5, \quad b = 2\sqrt{3}, \quad c = 6, \quad d = -18\sqrt{3}, \quad e = -36,$
 $f_1 = 63, \quad f_2 = 45, \quad f_3 = 81.$
23. $a = 3, \quad b = 2, \quad c = 6, \quad d = 8, \quad e = -4,$
 $f_1 = 10, \quad f_2 = -4, \quad f_3 = 24.$
24. $a = 3, \quad b = \sqrt{2}, \quad c = 4, \quad d = 10, \quad e = 10\sqrt{2},$
 $f_1 = 15, \quad f_2 = 5, \quad f_3 = 25.$
25. $a = 4, \quad b = -2, \quad c = 7, \quad d = -12, \quad e = -6,$
 $f_1 = 15, \quad f_2 = -9, \quad f_3 = 39.$
26. $a = 4, \quad b = -\sqrt{2}, \quad c = 5, \quad d = 12, \quad e = -12\sqrt{2},$
 $f_1 = 18, \quad f_2 = 0, \quad f_3 = 36.$
27. $a = 4, \quad b = -\sqrt{6}, \quad c = 5, \quad d = 4\sqrt{3}, \quad e = 4\sqrt{2},$
 $f_1 = 10, \quad f_2 = -4, \quad f_3 = 24.$
28. $a = 3, \quad b = -\sqrt{3}, \quad c = 5, \quad d = -12, \quad e = 12\sqrt{3},$
 $f_1 = 24, \quad f_2 = 12, \quad f_3 = 36.$
29. $a = 7, \quad b = -\sqrt{10}, \quad c = 4, \quad d = -4\sqrt{2}, \quad e = -4\sqrt{5},$
 $f_1 = 14, \quad f_2 = -4, \quad f_3 = 32.$
30. $a = 6, \quad b = -2\sqrt{2}, \quad c = 4, \quad d = 16\sqrt{2}, \quad e = -16,$
 $f_1 = 24, \quad f_2 = 8, \quad f_3 = 40.$
31. $a = 8, \quad b = -\sqrt{5}, \quad c = 4, \quad d = 6, \quad e = 6\sqrt{5},$
 $f_1 = 18, \quad f_2 = -9, \quad f_3 = 45.$
32. $a = 7, \quad b = -2\sqrt{2}, \quad c = 5, \quad d = -18\sqrt{2}, \quad e = 18,$
 $f_1 = 27, \quad f_2 = 0, \quad f_3 = 54.$

Задача 5. Установить тип кривых, преобразовать уравнения кривых

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 - f_i = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad f_3 = -f_1, \quad f_2 = 0,$$

к каноническому виду. Определить линии и построить их. Указать преобразование координат, связывающее исходную систему координат с канонической. Найти уравнения асимптот в исходной системе координат.

1. $a = 0, \quad b = -2, \quad c = 3, \quad f_1 = 4.$
2. $a = 3, \quad b = -2, \quad c = 0, \quad f_1 = 4.$
3. $a = 3, \quad b = 2, \quad c = 0, \quad f_1 = 4.$
4. $a = 0, \quad b = 2, \quad c = 3, \quad f_1 = 4.$

5. $a = 0, \quad b = -3, \quad c = 8, \quad f_1 = 9.$
6. $a = 8, \quad b = -3, \quad c = 0, \quad f_1 = 9.$
7. $a = 8, \quad b = 3, \quad c = 0, \quad f_1 = 9.$
8. $a = 0, \quad b = 3, \quad c = 8, \quad f_1 = 9.$
9. $a = 0, \quad b = -4, \quad c = 15, \quad f_1 = 16.$
10. $a = 15, \quad b = -4, \quad c = 0, \quad f_1 = 16.$
11. $a = 15, \quad b = 4, \quad c = 0, \quad f_1 = 16.$
12. $a = 0, \quad b = 4, \quad c = 15, \quad f_1 = 16.$
13. $a = 0, \quad b = -5, \quad c = 24, \quad f_1 = 25.$
14. $a = 24, \quad b = -5, \quad c = 0, \quad f_1 = 25.$
15. $a = 24, \quad b = 5, \quad c = 0, \quad f_1 = 25.$
16. $a = 0, \quad b = 5, \quad c = 24, \quad f_1 = 25.$
17. $a = 0, \quad b = -6, \quad c = 5, \quad f_1 = 36.$
18. $a = 5, \quad b = -6, \quad c = 0, \quad f_1 = 36.$
19. $a = 5, \quad b = 6, \quad c = 0, \quad f_1 = 36.$
20. $a = 0, \quad b = 6, \quad c = 5, \quad f_1 = 36.$
21. $a = 0, \quad b = -8, \quad c = 12, \quad f_1 = 64.$
22. $a = 12, \quad b = -8, \quad c = 0, \quad f_1 = 64.$
23. $a = 12, \quad b = 8, \quad c = 0, \quad f_1 = 64.$
24. $a = 0, \quad b = 8, \quad c = 12, \quad f_1 = 64.$
25. $a = 0, \quad b = -10, \quad c = 21, \quad f_1 = 100.$
26. $a = 21, \quad b = -10, \quad c = 0, \quad f_1 = 100.$
27. $a = 21, \quad b = 10, \quad c = 0, \quad f_1 = 100.$
28. $a = 0, \quad b = 10, \quad c = 21, \quad f_1 = 100.$
29. $a = 0, \quad b = -12, \quad c = 7, \quad f_1 = 144.$
30. $a = 7, \quad b = -12, \quad c = 0, \quad f_1 = 144.$
31. $a = 7, \quad b = 12, \quad c = 0, \quad f_1 = 144.$
32. $a = 0, \quad b = 12, \quad c = 7, \quad f_1 = 144.$

Задача 6. Установить тип кривой, преобразовать уравнение кривой

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

к каноническому виду. Определить линию и построить ее. Указать преобразование координат, связывающее исходную систему координат с канонической. Найти координаты полюса канонической системы координат в исходной системе координат.

1. $a = 25,$ $b = 5,$ $c = 1,$
 $d = -52\sqrt{26},$ $e = 0,$ $f = 702.$
2. $a = 16,$ $b = 4,$ $c = 1,$
 $d = 0,$ $e = -34\sqrt{17},$ $f = -119.$
3. $a = 9,$ $b = 3,$ $c = 1,$
 $d = -20\sqrt{10},$ $e = 0,$ $f = 70.$
4. $a = 25,$ $b = 10,$ $c = 4,$
 $d = 0,$ $e = -5\sqrt{29},$ $f = 406.$
5. $a = 4,$ $b = 2,$ $c = 1,$
 $d = 10\sqrt{5},$ $e = 0,$ $f = 30.$
6. $a = 25,$ $b = 15,$ $c = 9,$
 $d = 0,$ $e = 68\sqrt{34},$ $f = -34.$
7. $a = 9,$ $b = 6,$ $c = 4,$
 $d = 26\sqrt{13},$ $e = 0,$ $f = 65.$
8. $a = 16,$ $b = 12,$ $c = 9,$
 $d = 0,$ $e = 250,$ $f = 425.$
9. $a = 9,$ $b = 12,$ $c = 16,$
 $d = -250,$ $e = 0,$ $f = 425.$
10. $a = 4,$ $b = 6,$ $c = 9,$
 $d = 0,$ $e = -26\sqrt{13},$ $f = 65.$
11. $a = 9,$ $b = 15,$ $c = 25,$
 $d = -68\sqrt{34},$ $e = 0,$ $f = -34.$
12. $a = 1,$ $b = 2,$ $c = 4,$
 $d = 0,$ $e = -10\sqrt{5},$ $f = 30.$
13. $a = 4,$ $b = 10,$ $c = 25,$
 $d = 58\sqrt{29},$ $e = 0,$ $f = 406.$
14. $a = 1,$ $b = 3,$ $c = 9,$
 $d = 0,$ $e = 20\sqrt{10},$ $f = 70.$
15. $a = 1,$ $b = 4,$ $c = 16,$
 $d = 34\sqrt{17},$ $e = 0,$ $f = -119.$
16. $a = 1,$ $b = 5,$ $c = 25,$
 $d = 0,$ $e = 52\sqrt{26},$ $f = 702.$
17. $a = 1,$ $b = -5,$ $c = 25,$
 $d = 0,$ $e = -52\sqrt{26},$ $f = 702.$
18. $a = 1,$ $b = -4,$ $c = 16,$
 $d = 34\sqrt{17},$ $e = 0,$ $f = -119.$
19. $a = 1,$ $b = -3,$ $c = 9,$

20. $d = 0,$ $e = -20\sqrt{10},$ $f = 70.$
 $a = 4,$ $b = -10,$ $c = 25,$
 $d = 58\sqrt{29},$ $e = 0,$ $f = 406.$
21. $a = 1,$ $b = -2,$ $c = 4,$
 $d = 0,$ $e = 10\sqrt{5},$ $f = 30.$
22. $a = 9,$ $b = -15,$ $c = 25,$
 $d = -68\sqrt{34},$ $e = 0,$ $f = -34.$
23. $a = 4,$ $b = -6,$ $c = 9,$
 $d = -0,$ $e = 26\sqrt{13},$ $f = 65.$
24. $a = 9,$ $b = -12,$ $c = 16,$
 $d = -250,$ $e = 0,$ $f = 425.$
25. $a = 16,$ $b = -12,$ $c = 9,$
 $d = 0,$ $e = -250,$ $f = 425.$
26. $a = 9,$ $b = -6,$ $c = 4,$
 $d = 26\sqrt{13},$ $e = 0,$ $f = 65.$
27. $a = 25,$ $b = -15,$ $c = 9,$
 $d = 0,$ $e = -68\sqrt{34},$ $f = -34.$
28. $a = 4,$ $b = -2,$ $c = 1,$
 $d = 10\sqrt{5},$ $e = 0,$ $f = 30.$
29. $a = 25,$ $b = -10,$ $c = 4,$
 $d = 0,$ $e = -58\sqrt{29},$ $f = 406.$
30. $a = 9,$ $b = -3,$ $c = 1,$
 $d = -20\sqrt{10},$ $e = 0,$ $f = 70.$
31. $a = 16,$ $b = -4,$ $c = 1,$
 $d = 0,$ $e = 34\sqrt{17},$ $f = -119.$
32. $a = 25,$ $b = -5,$ $c = 1,$
 $d = -52\sqrt{26},$ $e = 0,$ $f = 702.$

Литература

- [1] *Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А.* Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. — М.: Наука, 1987. — 496 с.
- [2] *Кузнецов Л.А.* Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты). — М.: Высш. шк., 1983. — с.
- [3] *Кузнецов Л.А.* Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты). — 2-е изд., доп. — М.: Высш. шк., 1994. — 206 с.
- [4] *Проскуряков И.В.* Сборник задач по линейной алгебре. — М.: Наука, 1978. — 384 с.
- [5] *Проскуряков И.В.* Сборник задач по линейной алгебре. — М.: Лаборатория Базовых Знаний, 1999. — 384 с.
- [6] *Сборник задач по алгебре* /Под ред. Кострикина А.И. — М.: Факториал, 1995. — 454 с.
- [7] *Типовые* расчеты по высшей математике (линейная алгебра). Вып. 8 / А.А.Айзикович, Г.В.Гусельникова, И.А.Шпилькин. — Ижевск: ИМИ, 1983. — 31 с.

Учебное издание

*Александр Аркадьевич Айзикович
Татьяна Сергеевна Быкова*

**Сборник типовых расчётов
по дисциплине «Алгебра и аналитическая геометрия»
(раздел „Билинейные и квадратичные формы“)**

В авторской редакции

Компьютерная верстка *А.А.Айзикович, Т.С.Быкова, С.А.Кузнецов*
Корректор *И.О.Фамилия*

Оригинал-макет подготовлен с помощью издательской системы
L^AT_EX 2_ε (MiK_TE_X) на оборудовании кафедры ПМИ ИжГТУ

Издательство ИжГТУ. Лицензия ЛР №020885 от 24.05.99.
Подписано в печать 00.00.2002. Бумага офсетная. Формат 60x84/16.
Печать офсетная. Усл.печ.л. 00,00. Уч.-изд.л. 00,00.
Тираж 100 экз. Заказ №000.

Типография Издательства ИжГТУ.
Лицензия РФ ПД №00525 от 28.04.2000.
426069, г.Ижевск, ул.Студенческая,7.