

P35

(1) Если  $S = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$  знакопеременный ряд с  $|a_{n+1}| < |a_n|$ , и  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  тогда  $|S - (a_1 + a_2 + \dots + a_n)| \leq |a_{n+1}|$ .

Подразумевая, что ряд Маклорена сходится к функции:

3. Если  $0 < x < \frac{1}{2}$ , показать, используя (1), что  $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x$  с ошибкой меньше чем 0.032. Имейте в виду, что ряд знакопеременный после первого члена.

4. Если  $0 < x < \frac{1}{2}$ , показать, используя (1), что  $\sin x = x$  с ошибкой меньше чем 0.0002. Имейте в виду, что "следующий" член  $x^3$ .

5. Показать, что  $1 - \cos x = x^2/2$  с ошибкой меньше, чем 0.003 для  $|x| < \frac{1}{2}$ .

P40

Используя ряды Маклорена, оценить ряды в точке  $x=0$ :

5.  $\frac{d^4}{dx^4} \ln(1+x^3)$

6.  $\frac{d^3}{dx^3} \left( \frac{x^2 e^x}{1-x} \right)$

7.  $\frac{d^{10}}{dx^{10}} (x^8 \tan^2 x)$

Используя ряды Маклорена, оценить ряды :

10.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x^3}}{x^3}$

11.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2}$

12.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x^3}$

Найти сумму ряда выразив его в виде ряда Маклорена для ф-ии в определенной точке.

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n 2^n}$$

21. Найти численное приближение для следующих рядов.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n^2 + 1)^2}$$

$$(b) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2}$$

23. Вычислить пределы используя ряды Маклорена. Подсказка – приведите дроби к общему знаменателю, затем найдите значения первого члена ряда отдельно для числителя и знаменателя.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2} - \frac{\cos x}{\sin^2 x} \right)$$

P45.

Исследовать на сходимость. 4,5,6,7

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$$

$$5. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n-1)^2}{1+n^2}$$

$$6. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n-1}}{(n+1)^2 - 1}$$

$$7. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln(n^3)}$$

$$8. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n^3}{n^4 - 2}$$

Найти интервал сходимости, исследовать конечные точки.

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\ln(n+1)}$$

Вычислить ряд Маклорена для

$$18. \arctan x = \int_0^x \frac{du}{1+u^2}$$

Используя 18, показать, что

$$22. 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots = \frac{\pi}{4}.$$

P53

$$(5.1) \quad |z| = r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{z\bar{z}}.$$

Используя 5.1 и пример:

$$\left| \frac{\sqrt{5} + 3i}{1 - i} \right| = \frac{|\sqrt{5} + 3i|}{|1 - i|} = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{2}} = \sqrt{7}.$$

найти модули выражений 26,30,34

26.  $\frac{2i - 1}{i - 2}$

27.  $\frac{2 + 3i}{1 - i}$

28.  $\frac{z}{\bar{z}}$

29.  $(1 + 2i)^3$

30.  $\frac{3i}{i - \sqrt{3}}$

31.  $\frac{5 - 2i}{5 + 2i}$

32.  $(2 - 3i)^4$

33.  $\frac{25}{3 + 4i}$

34.  $\left( \frac{1 + i}{1 - i} \right)^5$