**Указания к выполнению контрольной работы № 1**

***Задача 1***

        1. Найти критические точки функции f(X,Y), принадлежащие области D.

        2. Исследовать функцию f(X,Y) на условный экстремум на границе области D.

        3. Выбрать наибольшее Zmax и наименьшее Zmin значения функции Z=f(X,Y) в замкнутой области D, вычмслить значения функции в критических точках внутри области и на её границе.

        4. В ответе записать Zmin, Zmax и координаты (Xmin,Ymin) и (Xmax,Ymax) точек, где достигаются эти значения. Изобразить графически область D и поместить на ней найденные точки (Xmin,Ymin) и (Xmax,Ymax).

    ***Задача 2***

        1. Найти градиент функции U(X,Y) в точке М.

        2. Найти вектор Е, задающий направление.

        3. Вычислить производную функции U(X,Y) по направлению вектора E как проекцию градиента U в точке М на направление вектора Е.

    ***Задача 3***

        1. Найти вектор N(X,Y,Z) нормали к поверхности S в произвольной точке M(X,Y,Z).

        2. Найти вектор N1 нормали к плоскости P.

        3. Найти точку M0(X0,Y0,Z0) на поверхности S, касательная плоскость в которой параллельна плоскости P, используя условие коллинеарности векторов N и N1.

        4. Написать уравнение искомой плоскости. Если задача имеет более одного решения, в ответе написать уравнения всех плоскостей, удовлетворяющих данному условию.

    ***Задача 4***

        1. Стационарные точки функции F(X,Y) определяются как решение системы уравнений:

; 

        2. Полученная в п.1 система имеет вид:



    Умножим первое из уравнений на *d*2, а второе на (-*d*1) и сложим их. (Если числа *d*1 и *d*2 имеют общие множители, то домножать нужно на недостающие множители). Получим однородное относительно неизвестных *х* и *у* уравнение: . Поделим его на *у*2 и решим его как квадратное уравнение относительно *х/у*, получим линейную зависимость между *х* и *у*:

; 

    Подставляя найденные выражения для *х* в любое из уравнений первоначальной системы, вычислим значения *у*, а затем и *х*.

        3. Исследуем найденные в п.2 стационарные точки (*х*, *у*) на экстремум.

    Для этого вычислим вторые производные функции F. Обозначим повторную производную по *х* через *A(х*, *у)*, повторную производную по *у* через *С(х*, *у)* и смешанную производную по *х* и *у* чеpез *В(х*, *у)*. Достаточным условием существования экстремума в стационарной точке (*х*, *у*) является выполнение неравенства: *АВ – С2 > 0.* Если при этом *A* > 0, то (*х*, *у*) является точкой локального минимума, а если A < 0, то (*х*, *у*) - точка локального максимума. В случае *АВ – С2* < 0 в стационарной точке экстремума нет.

    *Отчет о работе должен содержать:*

        1) Все частные производные первого и второго порядка функции *F*(*х*, *у*).

        2) Решение системы уравнений, определяющей стационарные точки.

        3) Исследование стационарных точек на экстремум с помощью достаточного условия экстремума.

        4) Ответ записать в виде таблицы. В таблице указать:

        - координаты всех стационарных точек, записанных в виде десятичных дробей с двумя знаками после запятой;

        - значения функции F в стационарных точках, также записанные в виде десятичных дробей;

        - около каждой стационарной точки написать, является ли она точкой локального максимума, локального минимума или не является точкой экстремума.

    **1.** Найти все частные производные первого порядка функции и написать формулу первого дифференциала для этой функции. Найти дифференциал в точке ([4], стр. 192-196).

*M*0(1; 2; -2)

    **2.** Найти все частные производные второго порядка функции и написать формулу второго дифференциала для этой функции. Найти значение второго дифференциала в точке ([4], стр. 197-199).

; *M*0(1; 1)

    **3.** Найти наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области D, задаваемой неравенством: ([4], стр. 206-207).

    **4.** Найти производную функции



в точке M(1; 1,2) в направлении вектора MN; N(7; -7). ([4], стр. 200-201).

    **5.** Для поверхности S: найти уравнение касательной плоскости, параллельной плоскости P:

([4], стр. 203-204).

    **6.** Найти экстремумы функций двух переменных



определив её стационарные точки и проверив каждую из них с помощью достаточных условий экстремума. ([4], стр. 204-205).