

Расчетно-графическая работа №3

Определение геометрических характеристик сложных сечений

Для составного поперечного сечения, изображенного на рис. 1, состоящего из двутавра, швеллера, уголка, заданных в таблице 1, требуется:

- 1) определить положение центра тяжести;
- 2) найти величину осевых моментов инерции относительно центральных осей и полярный момент инерции относительно центра тяжести сечения;
- 3) определить направление главных центральных осей;
- 4) найти величину моментов инерции относительно главных центральных осей;
- 5) определить осевые радиусы инерции сечения.
- 6) вычертить сечение в масштабе 1:2, эллипс инерции, указать все размеры в числах и все оси.

При расчете все необходимые данные следует взять из таблицы 2 и сортамента.

Таблица 1

№ варианта	Схема сечения	Швеллер №	Равнобокий уголок №	Двутавр №
1	1	14	8(8)	-
2	2	16	8(6)	-
3	3	20	9(7)	-
4	4	24	10(8)	-
5	5	33	-	24
6	6	-	14(10)	10
7	7	30	-	16
8	8	30	14(10)	-
9	9	10	2,5(3)	-
10	10	-	7,5(8)	10
11	1	16	9(7)	-
12	2	14	8(8)	-
13	3	33	10(8)	-
14	4	30	9(7)	-
15	5	14	-	10
16	6	-	25	60
17	7	33	-	16
18	8	18	8(7)	-
19	9	18	8(7)	-
20	10	-	-	-
21	1	30	10(8)	-
22	2	16	7,5(8)	-
23	3	14	9(7)	-
24	4	30	8(8)	-
25	5	18	-	10
26	6	-	7,5(8)	10

27	7	30	-	18
28	8	14	7,5(7)	-
29	9	33	14(10)	-
30	10	-	14(12)	20

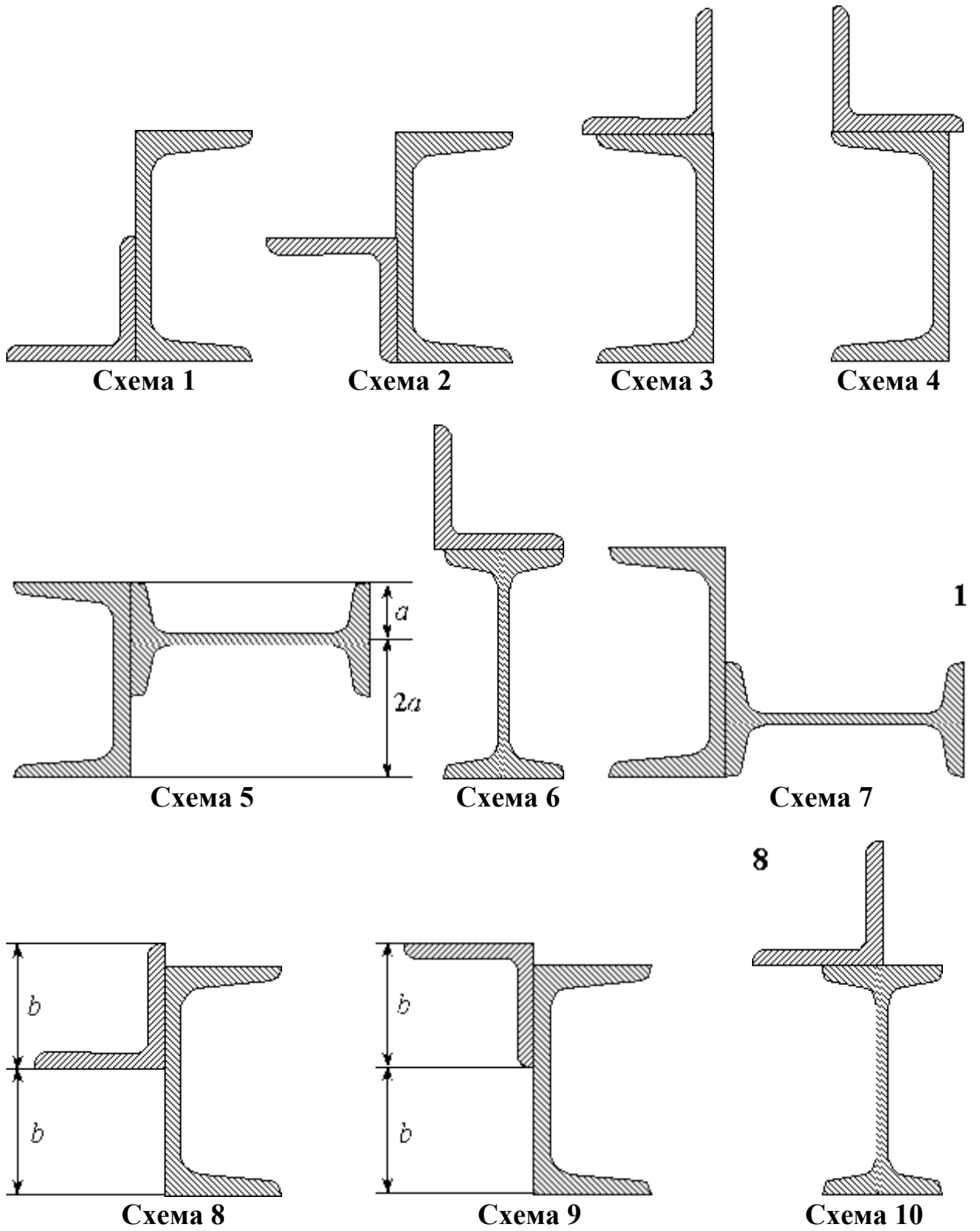


Рисунок 1

Пример решения задачи

Для составного поперечного сечения, состоящего из неравнобокого уголка 11/7 (6,3) и равнобокого уголка №8 (6), требуется:

- 1) определить положение центра тяжести;
- 2) найти величину осевых моментов инерции относительно центральных осей и полярного момента инерции;
- 3) определить направление главных центральных осей;
- 4) найти величину моментов инерции относительно главных центральных осей;
- 5) определить осевые радиусы инерции сечения.
- 6) вычертить сечение в масштабе 1:2, эллипс инерции, указать все размеры в числах и все оси.

1). Определяем координаты центра тяжести сложного сечения, зная координаты центров тяжести составляющих элементов сложного сечения и их площади:

$$\begin{aligned}x_c &= \frac{\sum S_y}{\sum F} = \frac{x_{I0} \cdot F_I + (b_I + x_{II0}) \cdot F_{II}}{F_I + F_{II}} = \\&= \frac{5,42\text{см} \cdot 11,4\text{см}^2 + (7\text{см} + 2,19\text{см}) \cdot 9,38\text{см}^2}{11,4\text{см}^2 + 9,38\text{см}^2} = 7,12\text{см} \\y_c &= \frac{\sum S_x}{\sum F} = \frac{y_{I0} \cdot F_I + (B_I - b_{II} + y_{II0}) \cdot F_{II}}{F_I + F_{II}} = \\&= \frac{3,55\text{см} \cdot 11,4\text{см}^2 + (11\text{см} - 8\text{см} + 2,19\text{см}) \cdot 9,38\text{см}^2}{11,4\text{см}^2 + 9,38\text{см}^2} = 4,29\text{см}\end{aligned}$$

Графическая проверка: выполняется (центр тяжести сложного сечения С лежит на прямой С₁С₂, соединяющей центры тяжести элементов сложного сечения).

2). Моменты инерции относительно центральных осей определяем по формулам перехода к параллельным осям, зная центральные моменты инерции элементов сложного сечения.

Осевые моменты инерции неравнобокого уголка относительно центральных осей сложного сечения:

$$\begin{aligned}I_{xIc} &= I_{xIcI} + (y_c - y_{I0})^2 F_I = 142\text{см}^4 + (4,29\text{см} - 3,55\text{см})^2 \cdot 11,4\text{см}^2 = \\&= 148,24\text{см}^4\end{aligned}$$

$$I_{yIc} = I_{yIcI} + (x_c - x_{I0})^2 F_I = 45,6\text{см}^4 + (7,12\text{см} - 7\text{см})^2 \cdot 11,4\text{см}^2 = 45,76\text{см}^4$$

Центробежный момент инерции неравнобокого уголка относительно центральных осей сложного сечения:

$$\begin{aligned}I_{xyIc} &= I_{xyIcI} + (y_c - y_{I0})(x_c - x_{I0})F_I = 46,8\text{см}^4 + (4,29\text{см} - 3,55\text{см}) \cdot \\&\cdot (7,12\text{см} - 7\text{см}) \cdot 11,4\text{см}^2 = 47,81\text{см}^4\end{aligned}$$

Осевые моменты инерции равнобокого уголка относительно центральных осей сложного сечения:

$$I_{xIIc} = I_{xIIc2} + (B_I - b_{II} + y_{II0} - y_c)^2 F_{II} = 57\text{см}^4 + (11\text{см} - 8\text{см} + 2,19\text{см} - 4,29\text{см})^2 \cdot 9,38\text{см}^2 = 64,6\text{см}^4$$

$$I_{yIIc} = I_{yIIc2} + (x_{II0} - x_c + b_I)^2 F_{II} = 57\text{см}^4 + (2,19\text{см} - 7,12\text{см} + 7\text{см})^2 \cdot 9,38\text{см}^2 = 97,19\text{см}^4$$

Центробежный момент инерции равнобокого уголка относительно центральных осей сложного сечения:

$$I_{xyIIc} = I_{xyIIc2} + (B_I - b_{II} + y_{II0} - y_c)(x_{II0} - x_c + b_I)F_{II} = 33,4\text{см}^4 + (11\text{см} - 8\text{см} + 2,19\text{см} - 4,29\text{см}) \cdot (2,19\text{см} - 7,12\text{см} + 7\text{см}) \cdot 9,38\text{см}^2 = 50,87\text{см}^4$$

Осевые моменты инерции сложного сечения относительно центральных осей:

$$I_{xc} = I_{xIc} + I_{xIIc} = 148,24\text{см}^4 + 64,6\text{см}^4 = 212,84\text{см}^4$$

$$I_{yc} = I_{yIc} + I_{yIIc} = 45,76\text{см}^4 + 97,19\text{см}^4 = 142,95\text{см}^4$$

Центробежный момент инерции сложного сечения относительно центральных осей:

$$I_{xyc} = I_{xylc} + I_{xyIIc} = 47,81\text{см}^4 + 50,87\text{см}^4 = 98,68\text{см}^4$$

Полярный момент инерции:

$$I_p = I_{xc} + I_{yc} = 212,84\text{см}^4 + 142,95\text{см}^4 = 355,79\text{см}^4$$

3) Определяем угол наклона α_0 главных центральных осей x_0 и y_0 относительно центральных осей x_c y_c .

$$\alpha_0 = \arctg\left(\frac{2 \cdot I_{xyc}}{I_{yc} - I_{xc}}\right) = \arctg\left(\frac{2 \cdot 98,68\text{см}^4}{142,95\text{см}^4 - 212,84\text{см}^4}\right) = -70,5^\circ$$

4) Моменты инерции относительно главных центральных осей x_0y_0 .

$$I_{x0} = I_{xc} \cos^2(\alpha_0) + I_{yc} \sin^2(\alpha_0) - I_{xyc} \sin(2\alpha_0) = 212,84\text{см}^4 \cdot \cos^2(-70,5^\circ) + 142,95\text{см}^4 \cdot \sin^2(-70,5^\circ) - 98,68\text{см}^4 \cdot \sin(2 \cdot (-70,5^\circ)) = 212,83\text{см}^4$$

$$I_{y0} = I_{xc} \sin^2(\alpha_0) + I_{yc} \cos^2(\alpha_0) + I_{xyc} \sin(2\alpha_0) = 212,84\text{см}^4 \cdot \sin^2(-70,5^\circ) + 142,95\text{см}^4 \cdot \cos^2(-70,5^\circ) + 98,68\text{см}^4 \cdot \sin(2 \cdot (-70,5^\circ)) = 143,04\text{см}^4$$

5) Осевые радиусы инерции сечения:

$$i_{x0} = \sqrt{\frac{I_{x0}}{F}} = \sqrt{\frac{212,83\text{см}^4}{11,4\text{см}^2 + 9,38\text{см}^2}} = 3,2\text{см}$$

$$i_{y_0} = \sqrt{\frac{I_{y_0}}{F}} = \sqrt{\frac{143,04 \text{ cm}^4}{11,4 \text{ cm}^2 + 9,38 \text{ cm}^2}} = 2,62 \text{ cm}$$

6)

