

Тест по высшей математике
1к. II часть
ВАРИАНТ 7

1. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{4x - \pi}$, используя правило Лопиталя

- 1) $-\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 4) ∞ ; 5) 0.

2. $f(x)$ и $\varphi(x)$ непрерывны и дифференцируемы в окрестности точки $x = a$, причем $\varphi(x) \neq 0$. Которое из предложенных выражений

1) $f(x) - f(a) = f'(a + \theta x)(x - a)$;

2) $f(x) = f(a) + \frac{f'(a + \theta x)}{1!}(x - a) + \frac{f''(a + \theta x)}{2!}(x - a)^2$;

3) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{\varphi'(x)}$; 4) $f'(a + \theta x) = 0$ ($0 < \theta < 1$).

является формулой конечных приращений Лагранжа.

3. Укажите знаки $f'(x)$, $f''(x)$ функции $f(x)$, на $[a, b]$

1) $f'(x) > 0$; $f''(x) > 0$; 2) $f'(x) > 0$; $f''(x) < 0$; 3) $f'(x) < 0$; $f''(x) > 0$; 4) $f'(x) < 0$; $f''(x) < 0$;

4. Который из интервалов $]0, +\infty[$, $]-\infty, 0[$ является интервалом

возрастания функции $y = e^{\frac{1}{x^2+4}}$

- 1) $]0, +\infty[$; 2) $]-\infty, 0[$;

- 3) оба интервала являются интервалами возрастания функции;
4) функция не является возрастающей.

5. Какое из утверждений для прямой $y = 1$ верно а) проходит через точку максимума; б) проходит через точку минимума; в) проходит через точку

перегиба; г) является асимптотой графика функции $y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$.

- 1) верно а); 2) верно б); 3) верно в); 4) верно г).

6. Найти наименьшее значение функции $y = x^3 - 3x^2 + 4$ на отрезке $[1, 3]$

- 1) 4; 2) 3; 3) -1; 4) 0; 5) 2.

7. $\int x\sqrt{4-x^2} dx =$

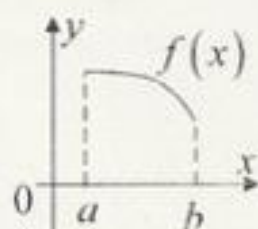
1) $\frac{2}{\sqrt{4-x^2}} + C$;

2) $-\frac{1}{2}\sqrt{(4-x^2)^3} + C$;

5) $\frac{x^2}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{(4-x^2)^3} + C$.

3) $-\frac{1}{3}\sqrt{(4-x^2)^3} + C$;

4) $-3\sqrt{4-x^2} + C$;



8. $\int \sqrt{x} \ln x dx =$

- 1) $\frac{1}{2x\sqrt{x}} - \ln x + C$; 2) $\frac{1}{2\sqrt{x}} \ln x + \frac{1}{\sqrt{x}} + C$;
 3) $\frac{2}{3} x\sqrt{x} \ln x - \frac{1}{6} x^{\frac{3}{2}} + C$; 4) $\frac{2}{3} x\sqrt{x} \ln x - \frac{4}{9} x\sqrt{x} + C$;
 5) $\frac{3}{2} x\sqrt{x} - \frac{4}{9} \ln x + C$.

9. Которое разложение на сумму простейших дробей с неопределенными коэффициентами A, B, C, D, M, N верно для дроби $\frac{5x+1}{(x+3)^2(x^2-4)}$.

- 1) $\frac{A}{(x+3)^2} + \frac{Bx+C}{x^2-4}$; 2) $\frac{Ax+B}{(x+3)^2} + \frac{Cx}{x^2-4}$;
 3) $\frac{A}{x+3} + \frac{B}{(x+3)^2} + \frac{C}{x-2} + \frac{D}{x+2}$; 4) $\frac{Ax+B}{(x+3)^2} + \frac{Cx+D}{x^2-1}$.

10) Для всех действительных x найти $F'(x)$, если $F(x) = \int_0^x 3^{-t^3} dt$.

- 1) $3^{-t^3} (-3t^2)$; 2) $3^{-x^3} \ln 3$; 3) $3^{-x^3} (-3x^3) \ln 3$; 4) 3^{-x^3} ; 5) $3^{x^2} 3^{-x^3}$.

11. Вычислить определенный интеграл $\int_0^3 \frac{dx}{9+x^2}$

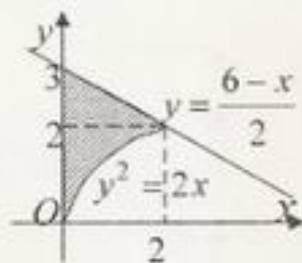
- 1) $\frac{1}{3}$; 2) 1; 3) $\frac{\pi}{12}$; 4) $\frac{\pi}{4}$; 5) $\frac{\pi}{6}$.

12. Являются ли интегралы 1) $\int_0^1 \frac{dx}{x+1}$, 2) $\int_{-1}^2 \frac{dx}{x}$ несобственными?

- 1) только первый интеграл несобственный;
 2) только второй интеграл несобственный;
 3) оба интеграла несобственные;
 4) нет несобственных интегралов среди двух предложенных.

13. Вычислить площадь заштрихованной фигуры

- 1) 2 кв.ед.; 2) 3 кв.ед.; 3) $1\frac{2}{3}$ кв.ед.;
 4) $2\frac{1}{3}$ кв.ед.; 5) 4 кв.ед.



14. Выберите формулу для вычисления объема тела вращения фигуры, ограниченной $y = \sin x, x = 0, y = 1$ вокруг оси Oy

- 1) $\pi \int_0^1 \arcsin^2 y dx$; 2) $\pi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \arcsin^2 y dy$; 3) $\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$; 4) $\pi \int_0^1 \arcsin^2 y dy$.

15. Если функция z двух переменных x и y задана неявно уравнением $F(x, y, z) = 0$, при этом $F(x, y, z), F_x(x, y, z), F_y(x, y, z)$ и $F_z(x, y, z)$ определены и неопределены в окрестности точки $M_0(x_0, y_0, z_0)$, а $F_z(M_0) \neq 0$, то в точке M_0 $\frac{\partial z}{\partial x} = \dots$

1) $\frac{F_x(M_0)}{F_z(M_0)}$; 2) $\frac{F_z(M_0)}{F_x(M_0)}$; 3) $-\frac{F_x(M_0)}{F_z(M_0)}$; 4) $-\frac{F_z(M_0)}{F_x(M_0)}$; 5) $-\frac{F_x(M_0)}{F_y(M_0)}$.

16. Найти полный дифференциал $dz|_{M_0}$ функции $z = 2y^3 \operatorname{tg} x - y^2 + x$ в точке $M_0(0, 1)$

1) $3dx + 2dy$; 2) $2dx + 5dy$; 3) $-2dx$; 4) $4dx + 5dy$; 5) $3dx - dy$.

17. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ для функции $z = e^{xy}$.

1) e^{xy} ; 2) xye^{xy} ; 3) $xe^{xy} + ye^{xy}$; 4) $e^{xy} + xye^{xy}$; 5) $xye^{xy} \operatorname{lg} e$.

18. Если $i^2 = -1$, то $(1+i)^{10} = \dots$

1) $32(1+i)$; 2) -32 ; 3) $-32i$; 4) $32(1-i)$; 5) $32i$.