***Содержание РГР «Приближенные методы вычисления***

***определенных интегралов»***

Студенту предлагается работа, состоящая из четырех этапов:

1 этап – точное вычисление определенного интеграла.

2 этап – приближенное вычисление определенного интеграла одним из методов: прямоугольников или трапеций.

3 этап – приближенное вычисление определенного интеграла методом парабол.

4 этап – расчет и сравнение абсолютной и относительной ошибок приближенных методов: , где  – точное решение интеграла,  – значение интеграла, полученное с помощью приближенных методов.

Построение графика подынтегральной функции.

Варианты и образец выполнения РГР приведены ниже.

***Варианты***

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ варианта** | **f(x)** | **a** | **b** | **Шаг h** |
| 1 |  | 0 | 1 | 0.1 |
| 2 |  | 0 | 1 | 0.1 |
| 3 |  | 0 | 1 | 0.1 |
| 4 |  | 0 | 1 | 0.1 |
| 5 |  | 0 | π | 0.1π |
| 6 |  | 0 | 1 | 0.1 |
| 7 |  | 0 | 1 | 0.1 |
| 8 |  | 0 | 1 | 0.1 |
| 9 |  | 0 | 1 | 0.1 |
| 10 |  | 0 | π/2 | 0.05π |
| 11 |  | 0 | 1 | 0.1 |
| 12 |  | 0 | 1 | 0.1 |
| 13 |  | 0 | 1 | 0.1 |
| 14 |  | 1 | 2 | 0.1 |
| 15 |  | 0 | π/2 | 0.05π |
| 16 |  | 1 | 2 | 0.1 |
| 17 |  | 0 | 1 | 0.1 |
| 18 |  | 0 | π/2 | 0.05π |
| 19 |  | 0 | 1 | 0.1 |
| 20 |  | 0 | π/2 | 0.05π |
| 21 |  | 0 | 1 | 0.1 |
| 22 |  | 0 | 1 | 0.1 |
| 23 |  | 0 | π/2 | 0.05π |
| 24 |  | 0 | π/2 | 0.05π |
| 25 |  | 0 | π/2 | 0.05π |
| 26 |  | 0 | π | 0.1π |
| 27 |  | 1 | 2 | 0.1 |
| 28 |  | 0 | 1 | 0.1 |
| 29 |  | 0 | π/2 | 0.05π |
| 30 |  | 0 | 1 | 0.1 |

***Образец выполнения РГР***

**Задание.** *Вычислить интеграл* 

**1. Точное вычисление:**



= (с точностью до двадцатого знака).



**2. Приближенное вычисление с помощью формул прямоугольников:**



, 

, 

Составим таблицу:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *№* | *xi* | *yi = f (xi)* |
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0,1 | 0,010005 |
| 2 | 0,2 | 0,04016 |
| 3 | 0,3 | 0,091207 |
| 4 | 0,4 | 0,165041 |
| 5 | 0,5 | 0,265165 |
| 6 | 0,6 | 0,396981 |
| 7 | 0,7 | 0,567851 |
| 8 | 0,8 | 0,786966 |
| 9 | 0,9 | 1,065081 |
| 10 | 1 | 1,414214 |

По первой формуле прямоугольников получаем:

  0,1 = 0,1·3,062514 = 0,306251.

По второй формуле прямоугольников получаем:

  0,1 = 0,1· 4,802669 = 0,480267.

В данном случае первая формула дает значение интеграла с недостатком, вторая – с избытком.

Вычислим относительную и абсолютную погрешности.

*I* = , 



, .

, .

**3. Приближенное вычисление по формуле трапеций:**



В нашем случае получаем:

  0,1 = =0,1 = 0,1·4,095562 = =0,409556.

Вычислим относительную и абсолютную погрешности.



*I* = 

, .

**4. Приближенное вычисление по формуле Симпсона:**





В нашем случае получаем:

  =

=  = 0,406325.

Вычислим относительную и абсолютную погрешности.

*I* = 



, .

В действительности,

 = (с точностью до 20 знака)



Таким образом, при разбиении отрезка  на 10 частей по формуле Симпсона мы получили 5 верных знаков; по формуле трапеций – три верных знака; по формуле прямоугольников мы можем ручаться только за первый знак.