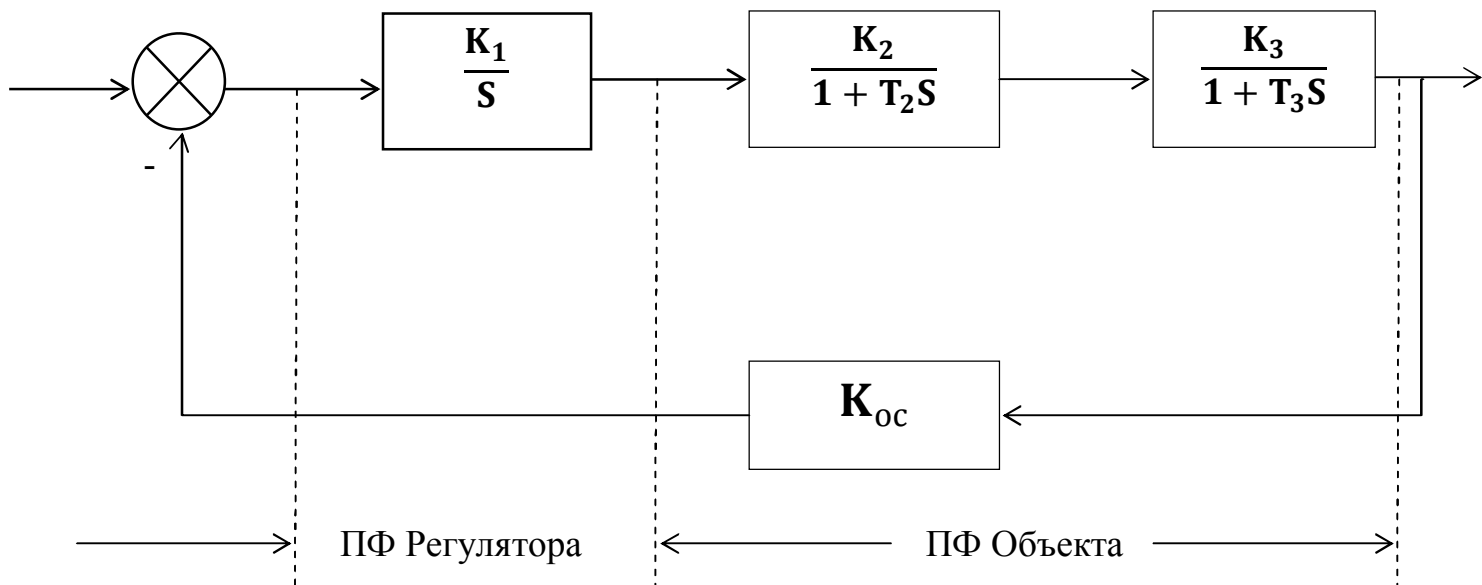


Задана структурная схема линейной САУ



1. Дайте определение:

1.1 САУ, САР, СС, системы стабилизации

1.2 Динамическое звено. Типы динамических звеньев. Математическое описание математических звеньев. Назовите динамические звенья заданной САУ

1.3 Передаточная функция динамического звена системы.

1.4 Временные характеристики

1.5 Частотные характеристики

1.6 Передаточные функции систем. Структурные преобразования

2. Для заданной САУ определите:

2.1 ПФ разомкнутой системы $W(S)$ и ПФ замкнутой системы $\Phi(S)$ по каналу задающего воздействия.

2.2 Уравнение системы в форме Каши (диф. уравнение первого порядка)

2.3 Характеристическое уравнение замкнутой САУ

2.4 Условие устойчивости замкнутой САУ по критерию Гурвица. Изменяя коэф. K_1 (если необходимо) сделать САУ устойчивой.

2.5 Получите выражение и постройте годограф Михайлова $D(j\omega)$ на комплексной плоскости. Сформулируйте критерий устойчивости Михайлова.

3. Получите выражение в алгебраической и показательной формах для АФЧХ разомкнутой САУ $W_{\text{гл}}(j\omega)$

4. постройте $W_{\text{гл}}(j\omega)$ и сформулируйте критерий Найквиста для заданной системы.

5. Дайте определение:

5.1 Переходного процесса в САУ

5.2 Показателей качества переходного процесса.

Исходные данные:

| № | K_1 | K_2K_3 | T_2 | T_3 | $K_{\text{ос}}$ |
|---|-------|----------|-------|-------|-----------------|
| 4 | 8 | 20 | 0,5 | 0,1 | 0,8 |

1.1 Автоматические системы – системы, выполняющие поставленные перед ними цели без непосредственного участия человека. Совокупность технических средств, выполняющих какой-либо процесс, подлежащий регулированию называется объектом регулирования.

Принцип обратной связи заключается в том, что желаемое или оптимальное поведение объекта, сравнивается с его действительным поведением и получающаяся при этом ошибка используется для того, чтобы последняя была равна нулю или оставалась в заданных пределах.

Системы автоматического регулирования (САР) – автоматические системы, основанные на принципе обратной связи.

Системы автоматического управления (САУ) – системы, в которых автоматически координируются действия отдельных САР.

Системы автоматического регулирования, работающие на поддержание постоянного значения регулируемой величины, называют **системами стабилизации**.

Следящей системой называется САР, которая на выходе воспроизводит задаваемую ей на входе величину, произвольно меняющуюся во времени.

1.2 Динамическое звено – математическая модель элемента, соединения элементов или любой части системы.

Звенья, передаточные функции которых имеют вид простых множителей:

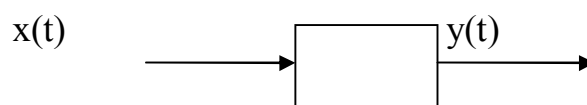
$K \cdot S$; $K_1 \cdot S + K_2$; $K_1 \cdot S^2 + K_2 \cdot S + K_3$ или простых дробей: $\frac{K}{S}$;

$\frac{K}{d_1 \cdot S + d_2}$; $\frac{K}{d^1 \cdot S^2 + d_2 \cdot S + d_3}$; называются типовыми и элементарными звеньями.

Пропорциональное звено (усилительное). Уравнение динамики $y = k \cdot x$.

Передаточная функция имеет вид: $W(S) = k$.

Интегрирующее звено. Уравнение динамики звена: $\frac{dy}{dt} = k \cdot x$



Передаточная функция имеет вид: $W(S) = \frac{k}{S}$. S - комплексная переменная в преобразовании Лапласа

Дифференцирующее звено. Уравнение динамики звена: $y = k \cdot \frac{dx}{dt}$.

Передаточная функция имеет вид: $W(S) = k \cdot S$.

Апериодическое звено (инерционное звено первого порядка). Уравнение динамики звена: $T \cdot \frac{dy}{dt} + y = k \cdot x$. Передаточная функция имеет вид:

$$W(S) = \frac{k}{T \cdot S + 1}$$

Апериодическое звено второго порядка. Уравнение динамики звена:

$$T_2^2 \cdot \frac{d^2y}{dt^2} + T_1 \cdot \frac{dy}{dt} + y = k \cdot x \quad (T_1 \geq 2 \cdot T_2)$$

Передаточная функция имеет вид: $W(S) = \frac{k}{T_2^2 \cdot S^2 + T_1 \cdot S + 1}$.

Колебательное звено. Уравнение динамики звена:

$$T_2^2 \cdot \frac{d^2y}{dt^2} +$$

$$T_1 \cdot \frac{dy}{dt} + y = k \cdot x \quad (T_1 < 2 \cdot T_2)$$

Передаточная функция имеет вид: $W(S) = \frac{k}{T_2^2 \cdot S^2 + T_1 \cdot S + 1}$

Консервативное звено. Уравнение динамики звена:

$$T_2^2 \cdot \frac{d^2y}{dx^2} + y = k \cdot x$$

Передаточная функция имеет вид: $W(S) = \frac{k}{T_2^2 \cdot S^2 + 1}$.

Форсирующее звено первого порядка. Уравнение динамики звена:

$$y = k \cdot \left(T \cdot \frac{dx}{dt} + x \right)$$

Передаточная функция имеет вид:

$$W(S)=k \cdot (T \cdot S+1) .$$

Данная САУ содержит(слева направо): одно интегрирующее звено, два апериодических звена первого порядка и пропорциональное звено обратной связи.

1.3



Передаточной функцией звена, системы называется отношение изображений Лапласа выходной и входной величин при нулевых начальных условиях

$$W(S)=\frac{X_2(S)}{X_1(S)} .$$

1.4 Весовой функцией звена называется оригинал передаточной функции $\omega(t) = L^{-1}\{W(S)\}$. Переходной функцией звена $h(t)$ называется реакция звена на единичное ступенчатое воздействие

$$\begin{aligned} X_1(S) &= L\{1(t)\} = \frac{1}{S} \\ X_2(s) &= W(S) \cdot X_1(S) = \frac{W(S)}{S} \\ h(t) &= L^{-1}\{X_2(s)\} = L^{-1}\left\{\frac{W(S)}{S}\right\} \end{aligned}$$

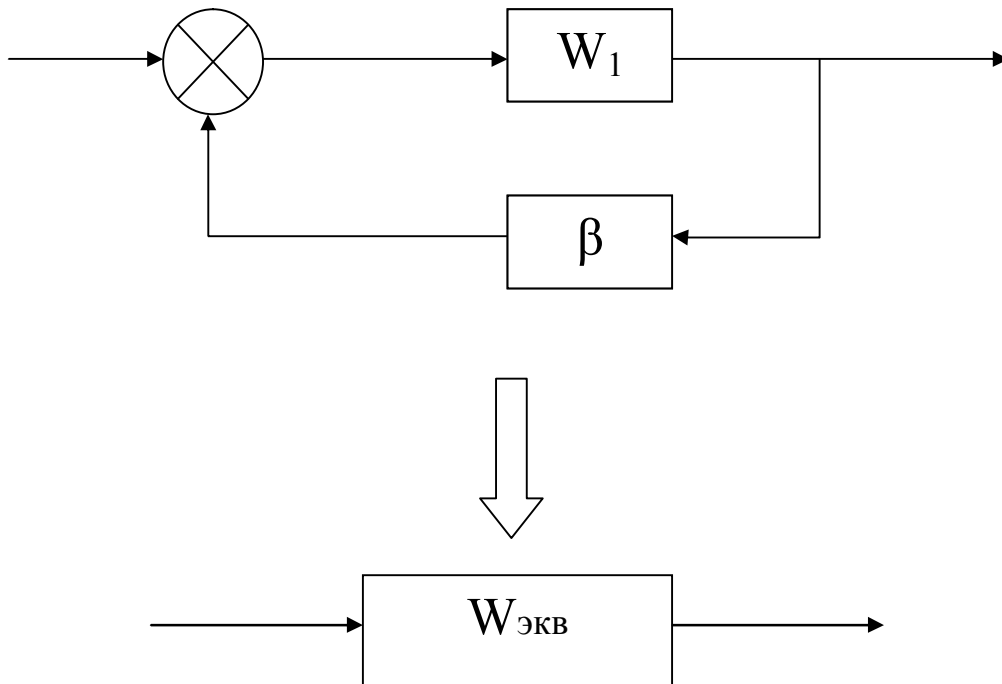
1.5 $W(S) \Big|_{s=j\omega} = W(j\omega) = Ae^{j\varphi}$ - амплитудно-фазовая частотная характеристика.

$A = |W(j\omega)|$ - амплитудная частотная характеристика.

$\varphi = \arg W(j\omega)$ – фазовая частотная характеристика.

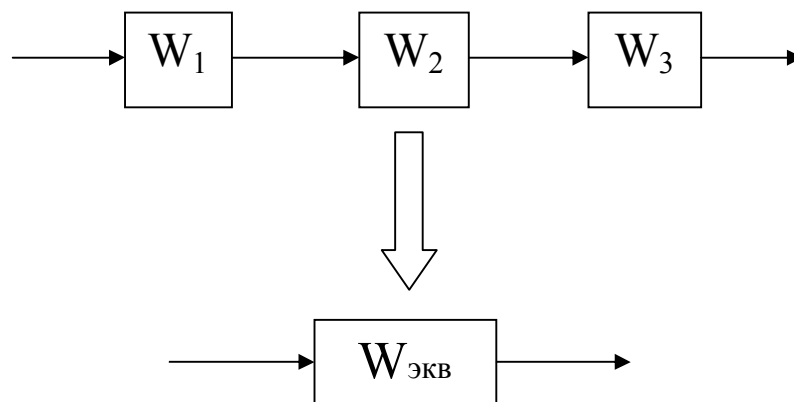
1.6 Для вычисления передаточной функции системы её структурную схему приводят к одноконтурной, осуществляя следующие структурные преобразования:

Встречно-параллельное соединение звеньев



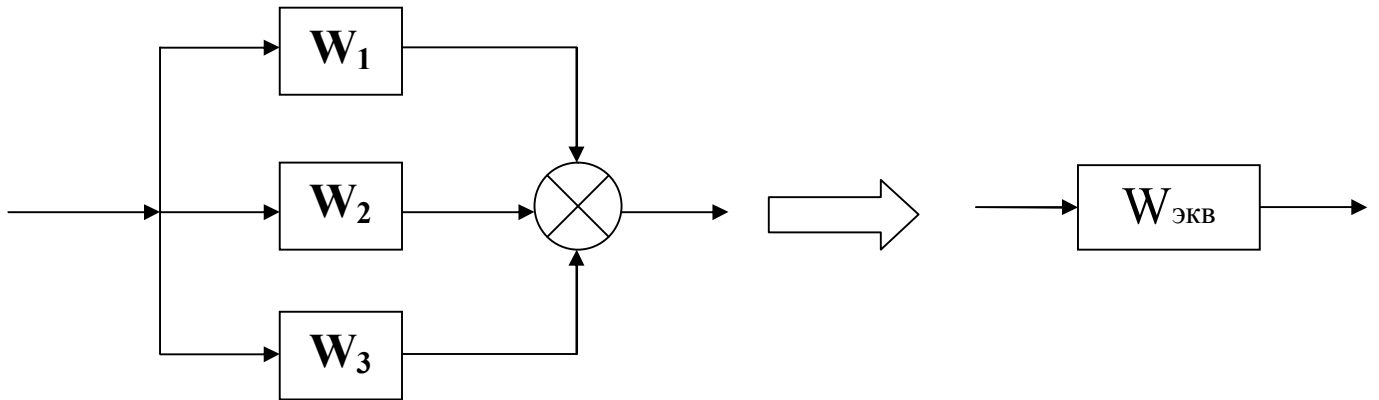
$$W_{\text{ЭКВ}} = \frac{W_1}{1 + \beta \cdot W_1}$$

Последовательное соединение звеньев



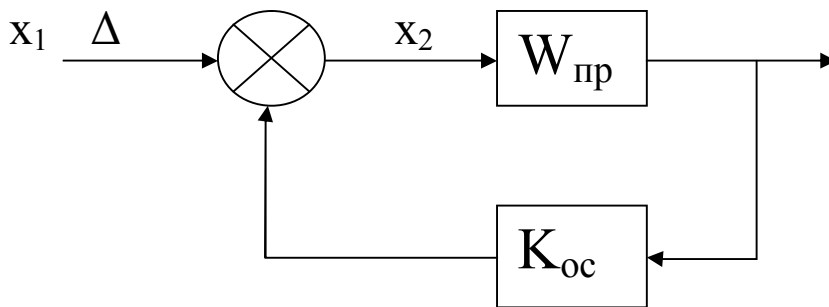
$$W_{\text{ЭКВ}} = W_1 \cdot W_2 \cdot W_3$$

Параллельное соединение звеньев:



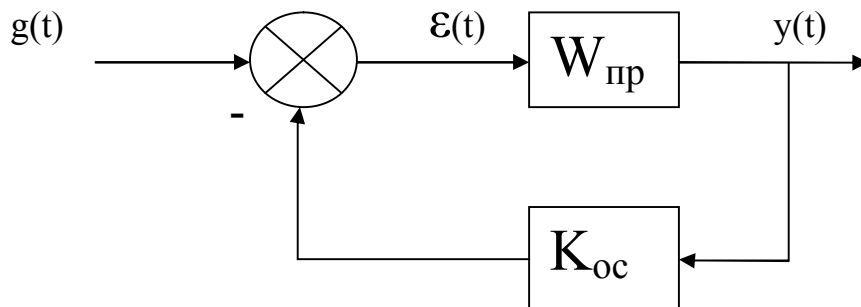
$$W_{\text{ЭКВ}} = W_1 + W_2 + W_3$$

В результате преобразований получается одноконтурная САР с передаточной функцией



$$\Phi = W_{\text{зам}} = \frac{X_1}{X_2} = \frac{W_{\text{пр}}}{1 + k_{\text{ос}} \cdot W_{\text{пр}}}$$

2.1 Приведём заданную схему к одноконтурной



$$W_{\text{пр}}(S)^2 = W_1 \cdot W_2 \cdot W_3 = \frac{K_1 \cdot K_2 \cdot K_3}{S \cdot (1 + T_2 \cdot S) \cdot (1 + T_3 \cdot S)}$$

Передаточная функция разомкнутой системы

$$W_{\text{раз}} = W_{\text{пр}} \cdot W_{\text{ос}} = \frac{K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot K_{\text{ос}}}{S \cdot (1 + T_2 \cdot S) \cdot (1 + T_3 \cdot S)}$$

$$W_{\text{раз}} = \frac{128}{S \cdot (1 + 0,5 \cdot S) \cdot (1 + 0,1 \cdot S)}$$

Передаточная функция замкнутой системы

$$W_{\text{зам}} = \frac{160}{S \cdot (1 + 0,5 \cdot S) \cdot (1 + 0,1 \cdot S) + 128} = \frac{160}{0,05 \cdot S^3 + 0,6S^2 + 1 \cdot S + 128}$$

2.2 Данная система описывается дифференциальным уравнением:

$$0,05 \cdot Y^{***} + 0,6 \cdot Y^{**} + 1 \cdot Y^* + 128 \cdot Y = 160 \cdot X$$

Обозначим $X_1 = Y$

Система дифуравнений в нормальной форме Коши

$$X_1^* = X_2$$

$$X_2^* = X_3$$

$$X_3^* = \frac{0,6}{0,05} \cdot X_3 - \frac{1}{0,05} \cdot X_2 - \frac{128}{0,05} \cdot X_1 + \frac{160}{0,05} \cdot X =$$

$$= 12 \cdot X_3 - 20 \cdot X_2 - 2,6E + 0,3 \cdot X_1 + 3,2E + 0,3 \cdot X$$

2.3 Характеристическое уравнение :

$$D(S) = 0,05 \cdot S^3 + 0,6 \cdot S^2 + 1 \cdot S + 128 = 0$$

2.4 Критерий Гурвица

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 0,6 & 128 & 0 \\ 0,05 & 1 & 0 \\ 0 & 0,6 & 128 \end{vmatrix} \quad \Delta_1 = 0,6 > 0 \quad \Delta_2 = -5,8 < 0$$

Согласно критерию Гурвица данная САР неустойчива. Для получения устойчивой системы уменьшим коэффициент усиления в 250 раз.

$$K_1 = \frac{8}{250} = 0,032$$

Тогда

$$W_{\text{зам}} = \frac{0,64}{S \cdot (1 + 0,5 \cdot S) \cdot (1 + 0,1 \cdot S) + 0,512} = \frac{0,64}{0,05 \cdot S^3 + 0,6S^2 + 1 \cdot S + 0,512}$$

$$D(S) = 0,05 \cdot S^3 + 0,6 \cdot S^2 + 1 \cdot S + 0,512 = 0$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 0,6 & 0,512 & 0 \\ 0,05 & 1 & 0 \\ 0 & 0,6 & 0,512 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1 = 0,6 > 0$$

$$\Delta_2 = 0,547 > 0$$

$$\Delta_3 = 0,297 > 0$$

Согласно Критерию Гурвица данная САР устойчива.

2.5 Критерий Михайлова

$$D(j \cdot w) = -0,05 \cdot j \cdot w^3 - 0,6 \cdot w^2 + 1 \cdot j \cdot w + 0,512 = \\ = 0,512 - 0,6 \cdot w^2 + j \cdot (w \cdot 0,05 \cdot w^3) = P + jQ$$

Построим годограф Михайлова. Т.к. кривая $D(jw)$ при изменении частоты от 0 до ∞ начинается на вещественной оси, обходит против часовой стрелки последовательно $n=3$ (порядок характеристического уравнения) квадрантов, уходя на бесконечность в третьем квадранте, можно сделать вывод, что данная САР устойчива.

3 Передаточная функция разомкнутой системы

$$W_{\text{раз}}(S) = \frac{0,512}{S \cdot (1 + 0,5 \cdot S) \cdot (1 + 0,1 \cdot S)}$$

АФЧХ разомкнутой системы

$$W_{\text{раз}}(j \cdot w) = \frac{0,512}{j \cdot w \cdot (1 + 0,5 \cdot j \cdot w) \cdot (1 + 0,1 \cdot j \cdot w)} = \\ = \frac{0,512}{w \cdot (1 + 0,5 \cdot w)^2 \cdot (1 + (0,1 \cdot w)^2)^{0,5}}$$

$$\cdot e^{j \cdot (-1,57 - \arctg(0,5 \cdot w) - \arctg(0,1 \cdot w))} = \frac{0,512}{-0,6 \cdot w^2 + j \cdot (w - 0,05 \cdot w^3)}$$

$$= \frac{0,512 \cdot (-0,6 \cdot w^2)}{(-0,6 \cdot w^2)^2 + (w - 0,05 \cdot w^3)^2} - \frac{j \cdot 0,512 \cdot (w - 0,05 \cdot w^3)}{(-0,6 \cdot w^2)^2 + (w - 0,05 \cdot w^3)^2}$$

4 Построим АФЧХ разомкнутой системы. Т.к. АФЧХ разомкнутой системы $W_{\text{раз}}(j\omega)$ не охватывает точку $(-1, j0)$, то данная САР устойчива.

5 Устойчивость САР является необходимым, но недостаточным условием работоспособности САР. Любое воздействие вызывает в системе переходный процесс, по окончании которого система переходит в новое установившееся положение. Для работоспособности САР необходимо обеспечить требуемые качества переходного процесса: быстродействия, колебательности и перерегулирования, характеризующих точность и плавность протекания процесса. Прямые оценки качества получают по кривой переходной характеристики $h(t)$, т.е. при воздействии единичной ступенчатой функции

$$G(t)=1(t)=\begin{cases} 1 & \text{при } t > 0 \\ 0 & \text{при } t \leq 0 \end{cases}$$

и нулевых начальных условиях.