

Задача 1. Найти характеристический многочлен матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 7 & 1 & 5 \\ 0 & -4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение: У квадратной матрицы характеристический многочлен можно найти путём подсчёта псевдоопределителя матрицы с теми же элементами, кроме диагональных. Из диагональных элементов вычитается переменная, скажем t (и многочлен тогда получается от t).

$$\begin{aligned} p(t) &= \begin{vmatrix} 1-t & 3 & 0 \\ 7 & 1-t & 5 \\ 0 & -4 & 1-t \end{vmatrix} = \\ &= (1-t)(1-t)(1-t) + 20(1-t) - 21(1-t) = \\ &= -t^3 + t^2 + t^2 - t - t - t - 20t + 21t + 1 - 21 + 20 = \\ &\quad -t^3 + 3t^2 - 2t \end{aligned}$$

Ответ: характеристический многочлен равен $-t^3 + 3t^2 - 2t$.